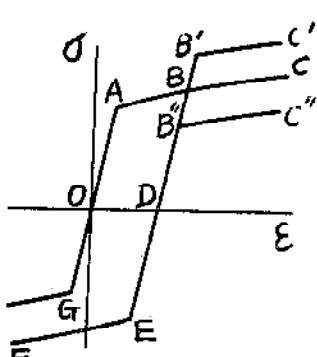


## 異方性をもつ金属材料の降伏条件について

大阪府立大学工学部航空工学教室 福岡秀和

金属材料試験片を単純に引張るとき、その材料の力学的挙動は応力一ひずみ曲線により表わされる（第1図）



第1図

さらに逆方向の荷重（ここでは圧縮）をかけるとEにおいて塑性状態にはいる。もしDの状態から再び引張り荷重をかけると、はじめの加工の際の除荷点Bまでは弾性的であり、B以後の曲線は、はじめにBで除荷を行

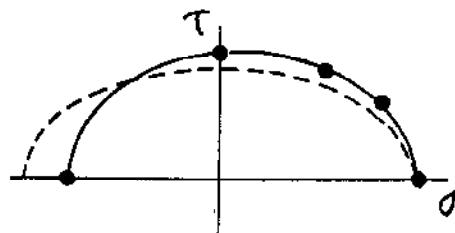
A以下の応力に対しては応力一ひずみ関係は線形かつ可逆的であるが、応力がAを超えると非線形かつ不可逆的となり塑性挙動を示す。すなわちBで除荷すると、後路OABを逆行せずに、ただちに弾性的にBDをたどって無荷重の点Dに至る。

わざに引張り続けたときに得られるべき曲線BCと重なる。このように弾性範囲はその材料が現在の状態に至るまでに受けてきた塑性加工の程度により異なる。焼きなまししたままでは弾性範囲はAGであるが、Bの応力まで加工を受けた材料では、それは硬化により増大してBEとなる。今考えたような単軸応力の場合には、現在の状態（考える瞬間までに受けてきた塑性加工の程度によって区別されるという意味）に対する弾性範囲を規定するには、2つの負荷方向に対する降伏応力をすなわち引張り降伏応力と圧縮降伏応力を指示すれば足りる。しかし、材料要素に2つあるいはそれ以上の独立な応力成分が存在するならば、それらの応力成分の任意の組合せに対応して無数の負荷方向が存在するから、現在の状態に対する弾性範囲を規定するためには無数の降伏応力の値を知らなければならぬ。このようなことは不可能であるから、そこで、降伏条件の関数表示が必要となつてくる。応力成分および応力履歴に依存するある関数 $f$ が存

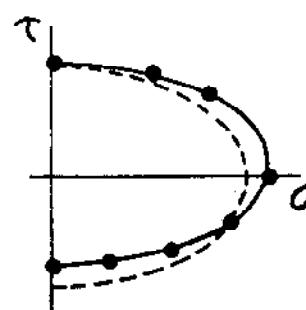
在し、この降伏関数  $f$  がある指定された値より小さければ材料は弾性範囲内にあることになる。また塑性ひずみ増分は、実際に実現する応力状態から導かれる表面力のなす塑性仕事は、降伏条件とつり合の式のみをみたす仮想的な応力状態から導かれる表面力のなす塑性仕事のうちの最大のものであるという最大塑性仕事の原理を逆じて降伏関数  $f$  をポテンシャルとしてもつことになり、従つて  $f$  の勾配として与えられる。さて、引張りによつて OAB なる 1 次加工を与えた後除荷した巾の広い板状試験片から、さらに、その軸方向が 1 次加工の引張りの方向と異なるように新しい引張り試験片を切出し、これに 2 次加工を与える場合を考える。もし材料が 1 次加工後も等方性を保つておれば、その応力一ひずみ曲線は DB C をたどるが、異方性を生じておれば、降伏応力はその引張りの方向により増大したり (B') あるいは減少したり (B'') する。等方性材料に対しては、 $f$  として、Mises の降伏関数が数学的に使い易い上によく実験結果と合うことから広く用いられているが、実際には常温の塑性加工を受けた金属材料には異方性が生じているのであって、例えば冷間圧延された黄銅において、圧延方向に直角な方向の引張降伏応力は圧延方向のそれより 10% も大きいことが観察されている。そこで圧延、押出し等の 1 次加工を受けた材料を機械部分や構造物に用いる場合あるいはさらに 2 次加工により成形を行う場合に対しては、異方性を考えに入れた塑性理論が必要であり、そのためにはまず異方性降伏条件を求めておかねばならぬ。筆者は、降伏関数として、一般に異方性の各主方向の引張りおよび圧縮の降伏応力の値から実験的に求められる係数をもち、もし材料が等方性なら Mises の降伏関数に帰するような異方性降伏関数を仮定し、引張りあるいはねじりによる 1 次加工を受けた軟鋼薄肉円管試験片について、 $f$  の形を求める実験を行つた。すなわち、それぞれの 1 次加工を受けた試験片に任意の引張り一ねじり組合せ荷重を比例負荷でかけて、ある一定の主応力比および主応力方向のもとにおける降伏応力を求め、降伏関数の形を実験的に得た。このとき組合せ応力のもとにおける応力一ひずみ関係は相当応力一相当ひずみの関係で

整理し、2 次加工の際の降伏点を求めた。引張りとねじりのみの組合せ荷重の場合には、主応力方向と主応力比は、それらのうちのどちらかを指定すれば他は決つてしまふので、両者の値を独立に指定するためには、引張り一ねじり一内圧の組合せ荷重を用いなくてはならぬ。

たとえば、3 % の相当ひずみが残るような引張りによる 1 次加工を与えた材料の降伏関数として得られた形を第 2 図に、同じく 3 % の相当ひずみが残るようなねじり



第 2 図



第 3 図

による 1 次加工を与えた場合を第 3 図に示す。(いずれも点線は Mises の等方性降伏条件を示す)。また、このようにして得られた降伏関数を塑性ポテンシャルとして、塑性伸びひずみ増分と塑性せん断ひずみ増分を導き

出して両者の比をとり、それらを実験で求められた値と比較してかなりよい一致をみた。なお、ねじりで 1 次加工を与えた場合、異方性の主方向は円管の軸方向と 45° の角をなすという簡単な仮定を設けたが、ねじりの量が増大するに従つて異方性の主方向は材料要素に対して相対的に回転して行つて、このような単純な仮定は成立しなくなることがわかつた。

以上は筆者の新制度の大坂大学大学院における博士論文「異方性をもつ金属材料の塑性変形の研究」のなかから「組合せ応力による実験」の章の結果を要約したものである。