

電子ビーム波動論から見たマイクロ波電子管

大阪大学工学部 裏 克 己

1. は じ め に

マイクロ波電子管とはいうまでもなく電磁波のマイクロ波領域、すなわち波長にして数10 cmから1cm前後の領域で用いられる発振用、増幅用の電子管を指す。これよりも長い波長すなわちラジオ放送やテレビ放送では通常の3極管4極管ないしはその改良型が用いられる。マイクロ波領域では波長が取り扱う装置と同程度の長さになるので独特のマイクロ波技術が発展している。この領域では電子管においても、電子が電極間を走行する時間は電波の振動の周期に比べて無視できなくなるので独特のマイクロ波電子管として発達してきている。(電子の速度は非常に大きい。たとえば2500Vに加速された電子の速度は光速の $1/10$ 、25Vの電子ですら光速の $1/100$ である。それにもかかわらず、電極間距離が波長と同程度になると、電子走行時間は電波の周期に比べて無視できない。たとえば2500Vの電子に対して、電極間距離が波長の $1/10$ のとき、走行時間は電波の周期と同じになる)

マイクロ波電子管の直接の用途のうち、大きなものはレーダ関係、マイクロ波による電話やテレビなどの超多重中継関係、特殊なものとしては線型加速器関係がある。レーダ関係ではパルス動作で数MW(1MW=1000kW)級の大出力送信管の開発が盛に行われ、より高性能化に懸命の努力が払われている。この大出力送信管がそのまま線型加速器の高周波電源として用いられている。マイクロ波による電話、テレビの中継関係では出力は数W程度であるが、電話テレビを一度に多く送れるような進行波管が用いられている。マイクロ波領域というのは宇宙雑音が最も少なく宇宙通信に有望であり、人工衛星による中継にマイクロ波が用いられていることも周知の通りである。またマイクロ波電子管の技術的要求が苛酷なだけに、そのための高度な技術が開発されているが、これが一般の電子管技術の向上に著しく貢献している。

マイクロ波電子管の動作は「マイクロ波電磁界(大抵の場合電界)と電子流との相互作用」という風に記述されるが、最近では「電子流の中に一種の波動が励起され、これとマイクロ波との相互作用」という説明が行わ

れる。この新しい考え方は種々のマイクロ波電子管の動作を統一して扱えるのが特長であり、この考え方をういて新しい種類の電子管が続々と考案されている現状である。

本稿でこの考え方をごく簡単に解説する。

2. 電子ビーム中の波動

ある一定の方向に流れている電子流のことを電子ビーム(Electron Beam)と呼んでいる。この電子ビームに沿って2つの波動が存在するというのがこの節の主題である。以下では簡単のため電子の流れる方向を Z 方向としそれに直交な無限の拡がりを持つ断面上で電流密度、電子速度などが一定であると仮定する。有限断面積を持つ電子ビームのときでも結論の大きな部分は変わらない。

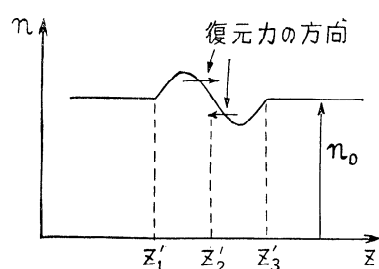


図1. 電子と共に動く座標系上での電子密度のゆらぎと復元力の方向

このような電子ビームを電子の速度で動いている座標系 Z' 系で眺める。電子の密度はいたるところ均一な n^0 と考えられたのであるが、いま図1のように $Z'_1 \leq Z' \leq Z'_3$ (x', y' は Z' に直交にとる)の領域で電子密度が n_0 から何がしか何らかの原因で変化したとする。 $Z'_1 > Z' < Z'_2$ では電子が過剰であり $Z'_2 < Z' < Z'_3$ では電子が不足である。電子が不足している部分は見掛け上正の電荷があると考えてもよい。そこでこの過剰電子が見掛けの正電荷と互に図1の矢印の方向に引き合うことになる。つまり電子の密度に何らかの原因で乱れが生ずると、この状態を元に引き戻そうとする復元力が働くことになる。一方で電子には慣性がある。復元力と慣性があれば振動を引き起すに十分な条件を備えたことになるのは、振子の振動の例によっても明らかである。(振子の場合には復元力はいうまでもなく重力である)このように

して電子ビーム中に何かの擾乱が最初与えられると振動が起ることが判る。この振動のことを**電子ビームプラズマ振動**と呼んでいる。正電荷と負電荷が等量存在するプラズマ中で起る振動に類似のものであるからこう呼ぶのである。

この電子ビームプラズマ振動の振動数の自乗は他の振動現象と同様に、復元力に比例し質量に反比例する。復元力は電子ビームの電荷密度に比例する。すなわち

$$\omega_p^2 = (2\pi f_p)^2 = \frac{e}{m} \cdot \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \quad (1)$$

ここで ω_p は電子ビームプラズマ角振動数、 ρ_0 は電荷密度 e および m は電子の電荷量および質量であり、 ϵ_0 は真空の誘電率である。

電子ビームプラズマ振動の著しい特長は、図1において $Z_1' < Z' < Z_3'$ の領域で起っている振動はこの領域の外では何の影響も持たないことである。すなわちこの振動は波動として伝播しないのである。一寸考えると水面上の波や音波のように振動の起っている領域のすぐ隣の領域に電界が生じて、この振動が隣接した領域へ次ぎ次ぎに伝播しように思える。しかしそこが水面上の波や音波と違う点で、振動の起っている領域以外に電界を及ぼさないで、振動は波動として伝播しない。これは図1において電子の不足している見掛けの正電荷の

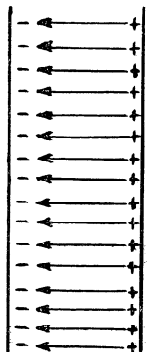


図2. 2枚の平行平板に等量反符号の電荷を置いた時の電気力線

部分から出た電気力線が、隣接の領域を通らず直接、選剰電子の部分に終るからである。このことは静電気学からも直接証明できるが、図2のような無限平行平板に等量反符号の電荷を置いた場合、電気力線は直接一方の板から出て、もう一方の板に終ることからも明らかである。

電子ビームプラズマ振動は隣接した領域に影響を及ぼさず、従って波動として伝播しないことが判ったが、しかし連続的に各点でこの振動を一斉に励起し、しかもそれらの点

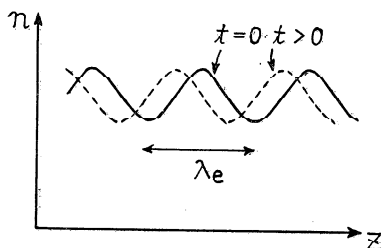


図3. 電子ビームプラズマ振動の各点における位相を調節した時、 $t=0$ と $t=t_0$ における状態。各点においては ω_p 振動している

での振動の間である位相関係を満足するように適当な方法で振動を励起することは原理的に可能である。こうすると図3に見るように各点の振動の位相が右または左方向に移って行くように見える。すなわち波動が存在しているように見える。(電子とともに動く Z' 系の各点で電子ビームプラズマ振動が起っていて、その振動数は上の(1)で述べた f_p である) この現象も各点の振動位相がある一定の速さで時間および距離に恒って変化しているという観点から見ると波動には違いない。ただあくまで隣接した領域同志間には直接相互作用がないので、振動のエネルギーは適当な外部の励起源からもらったものを各点で保存しているだけで波動の進行する方向にエネルギーを伝送しない。(電子とともに動く座標系では) この波動を電子とともに動く座標系で眺めると

$$A' \sin(\omega_p t + \beta' Z') \quad (2)$$

の形に書ける。 β' は上に述べた“適当な励起”の方法によって決まる。右へ進行する波は負符号をとり、左へ進行する波は正符号をとることは一般の波動のときと同じである。

この“適当な励起源”を静止系に置いた方が便利であるから、つぎに“静止系に適当な励起源”を置いたとして考える。この励起源の振動数を f ($f \gg f_p$ とする) とし、電子の Z 方向速度を u_0 とすると(2)の β' は

$$\beta' = 2\pi f / u_0 = 2\pi / \lambda_e \quad (3)$$

で表されることは明らかである。何故なら励起振動の1周期 $= 1/f$ 秒の間に電子は u_0/f だけ動き、これが λ_e に等しいからである。(図3参照)

さて以上は電子と共に動く座標系で見たときのことであるが、静止系で(2)の波動を見たらどうなるかを考えよう。底 Z' 系から Z 系への変換は

$$Z = Z' + u_0 t$$

で与えられるから、(2)と次の(4)とは $f \gg f_p$ の条件の下で一致する。

$$\left. \begin{aligned} A \sin(\omega t - \beta Z) \\ \beta = \frac{2\pi}{u_0} (f \mp f_p) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

すなわち静止系から見ると位相速度が u_0 から僅か異った2つの波動として見える。これを空間電荷波と呼んでいる。(4)において負符号の波の位相速度が u_0 より速く、正符号のそれが遅いことは位相速度の定義 ω/β から明らかである。そこでこの2つをそれぞれ**速い空間電荷波**および**遅い空間電荷波**と呼んでいる。

今度はこの2つの空間電荷波によって運ばれるエネルギーの性質を考える。まずエネルギー伝送速度は“速い”空間電荷波と“遅い”空間電荷波の何れに対しても同じで電子の速度と一致する。このことは電子速度で動く座

標系ではエネルギーの流れがないことから明らかである。電子ビーム中の波動の最も特異な性質は

「速い空間電荷波は正のエネルギーを運ぶが、遅い空間電荷波は負のエネルギーを運ぶ」

ことである。これはいろんな方法で証明できるが、ここでは簡単な説明に止める。

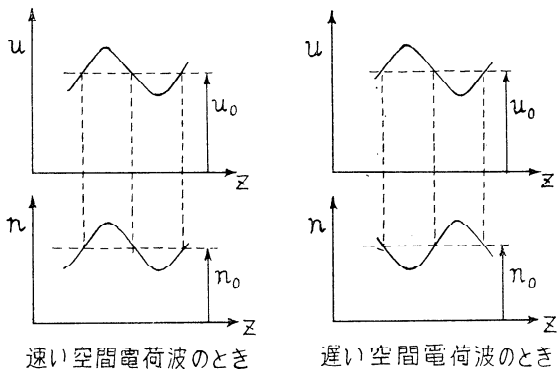


図4. ある時刻における電子速度 v と電子密度 n の状態, u_0, n_0 は v, n の平均値

図4に2つの空間電荷波のある任意の時刻 t における電子速度と電子密度の z に対する変化を示す。速い空間電荷波では電子速度の大きい（平均速度に比較して）領域の電子密度が大きく、逆に電子速度の小さいところの電子密度が小さいことが計算によって判る。そこでこの波動の交流の運動エネルギーを含めた全運動エネルギーは波動のない電子ビームが持つ運動エネルギーに比べると大きい値をとる。波動の存在しないときの電子ビームの持つ運動エネルギーを基準にとると、この速い空間電荷波は正のエネルギーを運ぶといえる。一方遅い空間電荷波の場合は図4に示すように電子速度の大きい領域で電子密度は小さく、逆に電子速度の小さい領域で電子密度が大きくなっている。そこでこの波動の交流の運動エネルギーを含めた全運動エネルギーは、波動の存在しないとき電子ビームの持つ運動エネルギーに比べて小さい値をとる。この意味で遅い空間電荷波は負のエネルギーを運ぶといわれる。

負のエネルギーを運ぶという解釈はこれまで他の分野でもあまり見当たらない奇妙なものである。この解釈は上に述べたように、波動の存在しないときの電子ビームの運動エネルギーを基準としていることは常に記憶していなければならない。一見奇妙な解釈ではあるが、こう考えることによってマイクロ波電子管の動作の説明が統一できるのである。

以上で電子ビーム中に2つの波動、すなわち空間電荷波が存在し得ることが判った。マイクロ波電子ビーム管では電子ビームの存在は不可欠のものであるが、動作を考えると電子ビームの存在を2つの空間電荷波を考慮することで置き換えてしまう点に新しさがある。

3. クライストロン

電子ビームを2つの空間電荷波で置き換えてしまう考え方の一番簡単な例はクライストロンに見られる。クライストロンは図5に示すように「入力間隙、ドリフト空間、および出力間隙」から構成されている。入力間隙で高周波電界の作用を受けて電子の速度が変化する。加速位相のとき間隙を通過した電子の速度は高周波電界の作用のないときよりも大きくなり、逆に減速位相のときは小さくなっている。そこで高周波の1周期の間に加速された電子と減速された電子が生ずる。これらがドリフト空間を移動して行く間に減速された電子は後の電子に追いつかれ、加速された電子は前の電子に追いつく。このようにして出力間隙に達したときには電子ビームの中には密度の粗密、すなわち密度変調が生ずることになる。密度変調された電子ビームは出力間隙で電流を誘起し、この誘導電流が負荷に流れ込んで高周波電力を発生する。これがクライストロンの原理である。

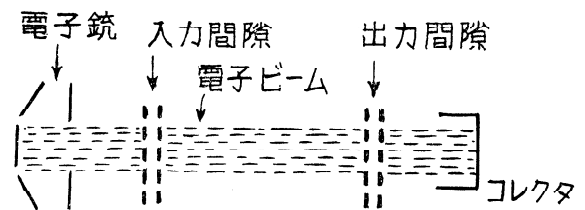


図5. クライストロン増幅管の基本構成

これを空間電荷波の観点から眺めて見よう。問題は入力間隙で速度変調を受けた電子ビームが出力間隙へ達したときに密度変調を持っている事実を、この観点で見直すことにある。

(4)式で見るように2つの空間電荷波は β が少し違っている。そこでこの2つの空間電荷波が同時に存在すると喰ひの現象が生ずる。これを式で表すと

$$\begin{aligned} & -\sin\left(\omega t - \frac{\omega}{u}Z - \frac{\omega v}{u}Z\right) + \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{u}Z + \frac{\omega v}{u}Z\right) \\ & = 2\cos\left(\omega t - \frac{\omega}{u}Z\right) \cdot \sin\frac{\omega v}{u}Z \end{aligned} \quad (5)$$

ある任意の時刻における(5)は図6のようになる。 $Z=0$ に「入力間隙」を置けばそこでは密度変調が零であるから、(5)は電子密度の交流分を表わしている。逆に $Z=0$ で密度変調が零であるという条件から2つの空間電荷波の振幅の比が定まり、密度の交流分が(5)で与えられる。そして速度変調の大きさから振幅が決まるのである。

(5)から出力間隙を置く場所としては $\frac{\omega v}{u}Z = \frac{\pi}{2}$ のところが最もよいことが明らかである。このように2つの空間電荷波の干渉で簡単に説明できる。

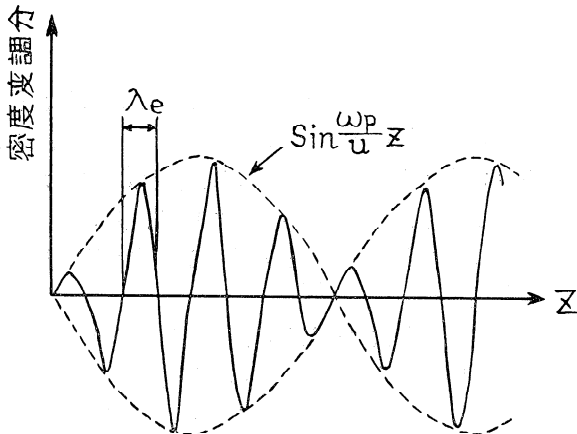
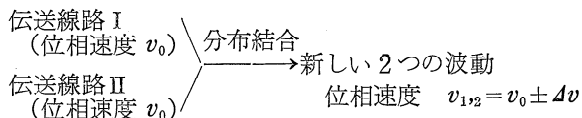


図 6 2つの空間電荷波の干渉の結果生じた密度変調分の陰り

4. 電子ビームと回路の分布結合

高周波電界と電子ビームとの結合が分布的に行われるときには、モード結合理論で統一的に扱える。

同じ位相速度を持つ2つの伝送線路が一点だけでなく各点で連続的に一樣な分布結合（その具体的な機構は今の場合考えない）をしているモデルを考える。この分布結合の結果、伝送線路 I および II を含めた全体の系を新しい2つの波動が伝播する。この2つの波動の1つは、結合前の位相速度より僅かに大きい位相速度を持つ、他の1つは小さい位相速度を持つようになる。すなわち



このような現象は他に多く見られる。たとえば周期の等しい2つの振子を結合した2重振子の固有周期は最初の周期から僅か大きいものと小さいものとの2つがあることはよく知られている。また2つの同じ原子が弱く結合しているときエネルギー準位が最初の値より大きいものと小さいものとに分れることも類似の現象である。

さてこの新しい2つの波動は適当な方法を用いると別々に励起できる。この場合この新しい波動は伝送線路 I と II とに同時に存在して伝播することはいうまでもない。ところが励起の方法によってはこの2つが混在することもあり得る。このとき2つの波動の位相速度は僅かに異っているので陰りの現象を示す。そこで伝送線路 I, II の上の電圧は図 6 に類似のものになる。陰りの谷の点では、たとえば伝送線路 I には電圧、従ってエネルギーの流れも零である。この谷はエネルギー保存則から伝送線路 II では陰りの極大点に対応することは明らかである。もっともこのことは直接詳しく計算しても証明できる。陰りの包絡線を伝送線路 I と II について書くと図 7 のようになる。これから明かなようにエネルギーは伝送線

路 I と II との間で周期的に入れ換りながら伝送する。この現象を用いて一方の伝送線路から他方の線路へ電力を完全に移すことが可能であり、現にマイクロ波回路で盛んに実用されている。伝送線路の1つとして電子ビーム

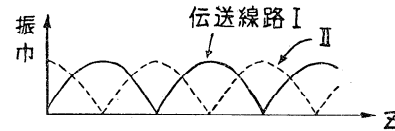


図 7. 分布結合をしている2つの伝送線路上における電圧または電流の最大値（時間に対する）

を考えると、電子ビームには前述のように空間電荷波が伝播し得る。電子ビームの外部に回路を置いて分布結合してやると上のことがそのまま成立する。たとえば電子ビームの速い空間電荷波の位相速度と等しくとって両者の間に結合を起させ、回路波のエネルギーを電子ビームに全部与えることができる。これは電子を加速することを意味し、線形加速器の動作はモード結合論からこのように説明される。

電子ビーム中のもう一つの波動、すなわち遅い空間電荷波と回路波と結合させたときは、事態は少し複雑になる。遅い空間電荷波は負の電力を運ぶことは前に見た通りである。負の電力を運ぶ伝送線路と正の電力を運ぶ伝送線路の分布結合をしたとき（位相速度はもちろん等しいとして）新しい2つの波動を生ずることには変りがないが、新しい位相速度を計算すると僅かであるが、虚数部を含むことが証明される。これは別の言葉でいえば Z 方向に指数的に増大する波と減衰する波があるということになる。この指数的に増大する波を用いれば回路波を増幅できる。この場合、回路の中の波もビーム中の波もその振幅は同時に増大して行くのである。これはエネルギー保存則に矛盾しそうに見えるが実はそうではない。何故なら遅い空間電荷波の振幅が増大することは負の電力が増すことになり、電子ビームのエネルギーが減少していることを意味し、この減少した分が回路に供給されていると見るからである。進行波管はこういう動作をしているものと説明される。

進行波管では電子ビームの遅い空間電荷波と回路波との結合によって増大波が生じた。そこで回路波の代りにもう一つの電子ビームを通し、その速度を僅か小さくしておき、この電子ビームの速い空間電荷波と先の電子ビームの遅い空間電荷波の位相速度を等しくとると、やはり増大波と減衰波を生ずる。この型の電子管を2電子ビーム増幅管と呼んでいる。

このほか遅い空間電荷波が負のエネルギーを運ぶことの応用として、抵抗壁電子ビーム管がある。これは電子ビームに沿って直ぐ外部に抵抗性の壁を置く。すると電子

ビームのエネルギーが抵抗壁で消費され、負のエネルギーを持った遅い空間電荷波の振幅が増大する。これを利用して信号を増幅できることが実証されている。

電気回路で周期的に同じ構造の回路を沢山並べたとき、これはある周波数の信号は減衰なしに通し、ある周波数の信号は減衰させる炉波器として働く。そこで電子ビームの諸量、たとえばその直流速度、ビーム半径などを周期的に変えてやれば電子ビーム中の波動が特異な性質を示すことが期待できる。実際ある条件の下では周期的に電子ビームの諸量を変えてやることだけで、電子ビーム中の空間電荷波の振幅が増大し、増幅管として動作する。これは空間電荷波管と呼ばれ、電子ビームのどの量を周期的に変化させるかによって多くの形式がある。

5. む す び

以上電子ビーム中にどのような波動があるか、およびこのような観点からクライストロン、線型加速器、進行波管、2電子ビーム管、抵抗壁増幅管、空間電荷波管の動作が簡単にしかも統一的に説明できることを述べた。

電子ビームには、これ以外にも磁界の中のサイクロトロン運動に基づくサイクロトロン波が存在する。何れにしても電子ビーム中に波動が伝播する（その意味は本文中で詳しく述べた）という観点から現在まで非常に興味ある結果が得られており、また将来も得られて行くものと考えられる。

文 献

斉藤成文：電子ビーム電磁回路論：オーム文庫、1960年