

# 船体に働く波浪荷重について

海技大学校 教授 真能創  
大阪大学工学研究科  
造船学専攻 船木俊彦

## 1. まえがき

船体の構造寸法等は、従来は安全に航行している船の強度を基準として決定する方法がとられてきた。近年、船体が急激に大型化されるようになったので、このよう<sup>な</sup>経験による方法のみでは、安全で合理的な構造を設計する事は困難になってきた。

合理的な船体構造の設計に対して最も重要な問題は、船体に働く外力、とくに波浪等による動的外力の評価である。最近になって、海洋波に関する調査、および理論的研究、または波浪に対する船体の応答についての研究に、多くのすぐれた成果が得られ、外力に関する基本概念、およびその推定方法は長足の進歩をとげつつある。

ここでは、主として船体の基本的強度である縦強度に対する波浪荷重について、最近の研究の発展の概要について述べる。

## 2. 従来の船体縦強度に対する考え方

最近迄の船体縦強度は、これまでにも無事就航してきた多くの船体の縦強度を基準として、新しく建造される船は、これらの船と同等の強度が与えられるなら、十分な縦強度を保持していると認められるという考え方を基にして論じられてきた。最近の超大型船が出現するまで

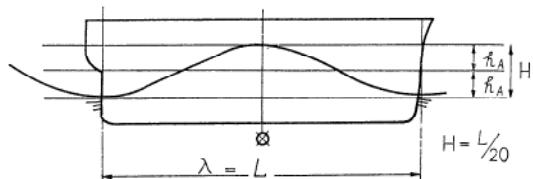


図1 標準ホギング状態

は、この同等の強度を持つか否かの比較の標準条件として、船が波長  $L$ 、波高  $L/20$  の波に遭遇した場合が一般に採用されてきた。（図1）すなわち、基準になる船が、この波に遭遇した場合に発生する応力を基として、基準になる許容応力を決定し、新しく建造される船の部材寸法または断面係数は、その船が同じ条件の波に出会った

場合に発生する応力が、この許容応力以下になるように規定する方法がとられてきた。

この強度を比較する媒介に上記の波が選ばれた根拠は明白でないが、当時の波の観測資料でも波高と波長の比の最大値は、波長と共に低下する事が認められており、（図2）許容応力がしの関数になる理由の一つに、大型

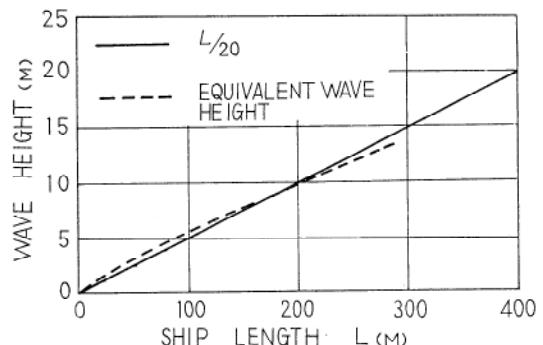


図2

船に想定する条件が、 $L/20$  の波高では小型船と比べて苛酷すぎる点があげられていた。

就航時、船体に働く縦曲げモーメントは、船が静水中にある時に、すでに働いている静水曲げモーメントと波の作用により生ずる波浪曲げモーメントの和になるが、これらは互いに性質の異なるものであって、強度上は別個にとり扱う必要がある。

静水曲げモーメントは船の重量分布と船型によって決定され、波浪曲げモーメントは波浪（海面状態）と船型によって定まるものである。

前記の考え方を踏襲するとしても、波浪曲げモーメントの評価の基準となる波は、実際に船が遭遇すると思われる波で船体に比較的大きい波浪曲げモーメントを発生させるものであり、しかも仮定した波に大型船が出あう確率と、小型船が合う確率とが、大きく異なるものでなければならない。この点で波長を船長  $L$  に等しくする事はよいとしても、波高を  $L/20$  に固定するのは海洋波の性質、遭遇、発現頻度等からみて不合理であり、従来の経験を越えるような大型船の強度を考える場合は、

一層、合理的な波浪条件を標準として考える必要がある。また、これらの想定する波浪が正確であっても、その波によって働く波浪曲げモーメントの計算方法が正確なものでないと、得られる結果は合理的なものにならない。この点で従来の縦強度計算で使用されていた波浪曲げモーメントは、船体および水の運動の影響を無視した値であり、これらは相当過大な値になる事が今日では明らかになっている。

### 3. 最近の波浪曲げモーメントの推定法

海洋波は元来、強度比較の基準として仮定されるような単一な波ではなく、無数の波が複合した不規則波であって、理論的取扱いが困難なために、簡単な单一波で近似させる方法がとられてきた。しかし波の研究が進歩して、困難とされていた船の出合う海面状態を理論的にとり扱う事も可能となり、同時に波に対応して複雑な応答を示す波浪曲げモーメントについても、その統計値を理論的に見い出す事が可能となった。

これと並行して多くの実船試験から、波浪曲げモーメントの頻度分布の統計的特性も明らかにされてきた。

以下、最近の研究により明らかにされた波浪曲げモーメントの特性について述べる。

#### 3.1 波浪

海洋波は単一な波ではなく種々の波長、方向を持つ正弦波が成分として無数に集まり合成されたものである。

我々が波長、波高と見なしているのは、この合成波の波長、波高であって、海洋波が見かけ上不規則なのは、それを構成している成分波の伝わる早さが波長によって異なり、成分波の位相が時々刻々変化する事に起因する。この不規則海面を、合理的に表現するには海面の単位面積当たりの波エネルギーが波振幅の2乗に比例する事から、横軸に波の円周波数  $w$  を、縦軸に  $w$  の周波数に対応する成分波振巾の2乗をとる波スペクトルの型で示すの

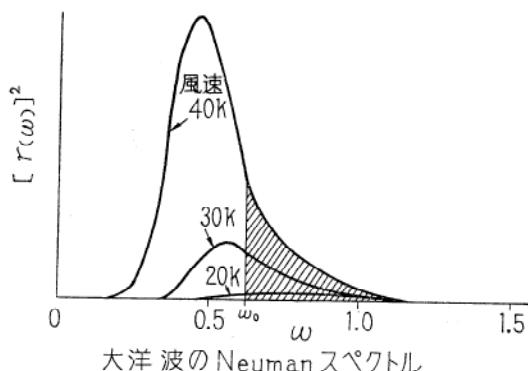


図 3

のが便利である。この波スペクトルの形は波の生成条件で異なる。大洋上の暴風域で発生した風波は、風からのエネルギーを供給されて発達し一定の状態になると波の発達が止る、これを完全発達波と称する。Neumann<sup>1)</sup>は多くの大洋波の記録から完全発達波のスペクトル  $[r(w)]^2$  が風速によって一定の型になる事を見いだしている。

(図 3)

$$[(w)]^2 = \pi/2 \cdot c/w^6 \exp[-2g^2/\sigma^2 w^2]^{1/2}$$

$c$ : 定数 3.05

$g$ : 重力の加速度

$\sigma$ : 風速

$w$ : 成分波の円周波数

図中斜線部の面積は、周波数  $\infty$  から  $w_0$  迄の成分波から成る海面の単位面積当たりのエネルギー量に比例するもので、波エネルギーの分散  $R^2$  と呼ばれる。

$$R^2 = \int_{w_0}^{\infty} [r(w)]^2 dw$$

しかし実際の海面状態は風速のみではきまらず、波浪の発達の程度、過去の履歴、風速、風向等の変化によって大きく影響を受ける。そこで暴風によって成長する理論的な波浪の波スペクトルとは別に、実際の観測資料から近似的に波スペクトルを有義波高  $\tilde{H}$ 、平均波周期  $\tilde{T}$  の関数として与える事が多い。

一例として、

$$\text{I. S. S. C. Spectra } [r(w)]^2 = 0.11 \tilde{H}^2 w_v^{-1} (w/w_v)^{-5} \exp\{-0.44(w/w_v)^{-4}\}$$

$$\text{Neumann Spectra } [r(w)]^2 = 0.39 \tilde{H}^2 w_v^{-1} (w/w_v)^{-6} \exp\{-1.77(w/w_v)^{-2}\}$$

$$\text{Roll-Fischer Spectra } [r(w)]^2 = 0.20 \tilde{H}^2 w_v^{-1} (w/w_v)^{-5} \exp\{-1.27(w/w_v)^{-2}\}$$

$w_v = 2\pi/\tilde{T}$  平均円周波数

$w$ : 成分波の円周波数

等の表わし方がある。(図 4)

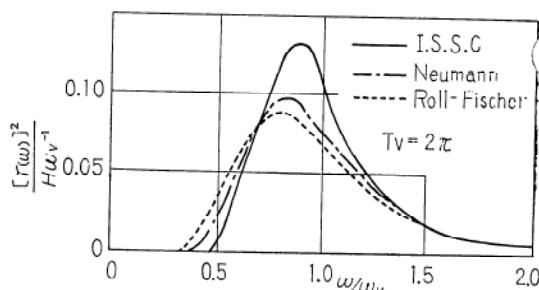


図 4

#### 3.2 規則波数波曲げモーメント

##### a. 模型試験による方法

歴史的に見ると、近年の波浪曲げモーメントの研究は模型試験による規則波中の波浪曲げモーメントの研究から始められた。この方法は試験水槽に起された規則波中で、波浪曲げモーメント計測装置をとり付けた模型船を

自航させて曲げモーメントの応答を求めるものである。1939年の佐藤<sup>2)</sup>の駆逐艦の実験を始めとし、最近の秋田ら<sup>3)</sup>の T2-SEA1-TANKER の実験迄多くの研究者の実験があり、曲げモーメントの特性が解明されてきた。

規則波中の波浪曲げモーメントは、波浪に対する船体の応答の一種であって、一定振幅の規則的変動を示す。その振幅は波長を一定とした場合ほぼ波高に比例する。

従って波浪曲げモーメントの応答関数は、曲げモーメントの振幅と波の振幅の比で与えられる。この応答関数は、波長船長比、速力、針路、船型および船の重量分布等によって大きく影響を受ける。もっとも大きな影響を与えるのは、波長船長比、針路、および船型であるが、実験技術上の問題から針路の影響を含めた実験は僅かに Vossers<sup>4)</sup> があるだけである。

これらの模型実験で、求められた応答関数の値は、従来の船体の運動および水の運動を無視した計算法による値より、一般に相当小さい事が明らかにされた。

### b. 理論的方法

応答関数を理論的に求める事は、多くの研究者によって試みられてきた。Korvin-Kroukovski<sup>5)</sup> は Munk<sup>6)</sup> が飛行船に働く力の解析に用いたストリップ法を船体の動揺の研究に応用した。この方法は Jacobs<sup>7)</sup>、渡辺<sup>8)</sup>、福田<sup>9)</sup> 等によって波浪曲げモーメントの応答関数の理論的研究にも導入され、計算結果が模型試験によって求めた結果と、定性的にはもとより定量的にも実用上問題のない程度迄一致し、更に船型、重量分布、船速、針路等が応答関数に及ぼす影響についても、定性的に説明出来る段階迄改良されている。

しかし、現在のところストリップ法には、三次元影響、非線型の影響等について問題点が残っており、更に精度のよい方法の開発が期待される。しかし、この理論計算法は電子計算機を効果的に使用することによって、実験的方法に比べてはるかに経済的に、しかも短期間に応答関数を求める事が出来る点ですぐれた方法である。

### 3.3 不規則波中の波浪曲げモーメントの短期分布

定義、波のスペクトル、船の速力、針路等が一定であると仮定した場合の波浪曲げモーメントの分布を意味するもので、実船試験結果では、およそ20分以内の波浪曲げモーメントの分布の計測結果に相当する。

St. Dennis と Pierson<sup>10)</sup> は波と船の運動の間に線型の関係があると仮定すれば、不規則波海面での船体運動は、各成分波に対する船体運動を重畳する事により求められる事を示した。

この考え方は波浪曲げモーメントについても適用できる。すなわち

$$[\text{波浪曲げモーメント}] = [\text{海面}] \times [\text{応答関数}]$$

不規則波中の波浪曲げモーメントは海洋波の成分波に対応する無数の成分波浪曲げモーメントの和であるから海洋波のスペクトルを用いて曲げモーメントのスペクトルを表わす事が出来る。

$$[\text{波浪曲げモーメントのスペクトル}] = [\text{海洋波のスペクトル}] \times [\text{応答関数}]^2$$

この波浪曲げモーメントのスペクトルを積分する事によって波浪曲げモーメントの累積エネルギー密度  $E$  が計算される。この  $E$  と、曲げモーメントの分散  $R$ 、との間には、 $E = 2R^2$  の関係がある。

従って、 $E$ 、 $R$ 、いずれを用いてもよいが通常曲げモーメントの短期分布が Rayleigh 分布に従うものとして、取り扱われる所以、 $2R^2 (=E)$  は曲げモーメントの 2 乗平均に等しい事になる。ここでは分散  $R^2$  又は標準偏差  $R$  を用いる事にする。

なお、不規則波中の波浪曲げモーメントが線型重畳法で求められる事は、Lewis<sup>11)</sup> の模型実験によって明らかにされた。

一方、短期分布が Rayleigh 分布になる事は、Jasper<sup>12)</sup> によって実船計測結果から確認されたもので、Longuett-Higgins<sup>13)</sup> が波浪理論から導びいた波高の短期分布が Rayleigh 分布になるというのに対応する。

### 3.4 不規則波中の波浪曲げモーメントの長期分布

定義、波のスペクトル、船の針路、船速等が変化する場合のモーメントの統計学的分布で、実船観測では、1月、1年、それ以上の長期間の計測結果に相当する。

#### 長期分布の統計的推定法

Jasper<sup>12)</sup>、Bennet<sup>13)</sup>、Nordenström<sup>14)</sup> 等が発表しているように、実船観測資料から或る海面での波浪曲げモーメントの短期分布を求め、一方、海洋学者により長期間計測された波浪の長期分布資料を利用して波浪曲げモーメントの長期分布を推定する方法がある。

例えば、Jasper<sup>12)</sup> は曲げモーメントの長期分布を計測して、これが Log-Normal 分布で近似出来る事を示すと同時に実測値航海記録をもとにして理論的にも同じ分布をする事を示している。

$$P(\log x) = / \sqrt{2\pi} \cdot \sigma \log x \exp[-(\log x - m \log x)^2 / (\sigma \log x)^2]$$

$x$ ：波浪曲げモーメントの振幅

$\sigma = \sqrt{E}$ ：波浪曲げモーメントの振幅の標準偏差

$m$ ：波浪曲げモーメントの振幅の平均値

他の長期分布の推定法としては、Gumbel<sup>15)</sup> の極値統計理論を応用して Yuille<sup>17)</sup>、渡辺<sup>18)</sup> が計測値から直接、長期間（例えば船令を通じて）の最大値の期待値を求める方法、或いは、最近 Nordenström<sup>19)</sup> が材料の疲労強

度の研究に用いている Weibull 分布を曲げモーメントの長期分布の推定法に応用する方法を発表している。

#### 4. 波浪曲げモーメントの理論的推定法

上記のように、船体の波浪曲げモーメントは海面状態、船型、重量分布、船速、針路等の影響を受ける。従って実船計測により長期分布を求めるためには、長期期にわたって多数の船型について多大な費用を投じて計測をする必要がある。現在世界の主要海運国で盛んに計測が行なわれているが、当分の間は実船計測資料のみから縦強度の設計基準を決定する事は困難である。又、模型実験から応答関数を正確に求める事は実験技術上、非常に困難な場合があり、そのような場合は理論計算法によらざるを得ない。この理論計算法は未だ完全なものではなく、結果をそのまま波浪荷重と見なすには問題があり、模型実験、あるいは今後の実船解析結果等を比較して適当に修正する必要がある。

##### 4.1 波浪曲げモーメントの応答関数

規則波中の曲げモーメントを理論的に求めるには、水の動的圧力と船体の運動を正確に知る必要がある。原理的には船の任意の位置での微小長さに働く水の動的圧力がわかれば船長方向に積分する事によって船の運動が求められる。この時水は3次元運動をするが、近似的には船が充分長いとして水の2次元運動を仮定し水の動的圧力を求める方法が線型ストリップ法である。ここでは渡辺<sup>8)</sup>の考え方を福田<sup>9)</sup>が拡張した方法を紹介する。

なお、水の3次元運動を考慮に入れた船体運動及び曲げモーメントについては、花岡<sup>10)</sup>の方法がある。

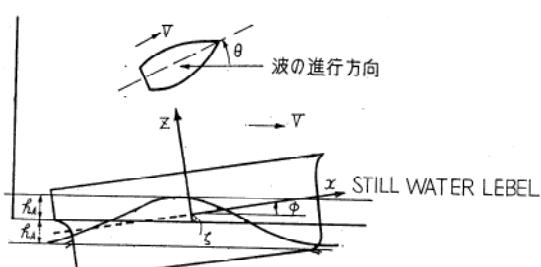


図 5

図5に示す振巾  $h_A$  の規則波に向って一定速度  $V$  で進行している船の任意位置の微小長さ  $d \approx$  の部分に流体から働く力の静水状態からの変動量を単位長さ当たり  $F_f$  とすると次式で与えられる。

$$F_f = F_1 + F_2 + F_3 \quad (1)$$

$F_1$  : 船体の上下方向変位による浮力変動量。

$F_2$  : 船体の上下方向運動に対する減衰力

$F_3$  : 付加質量の影響による力

船の上下変位  $\zeta$ 、縦揺れ角  $\phi$  は次式から求まる。

$$\begin{aligned} (W/g)\ddot{\zeta} &= \int_L F_f dx \\ (I/g)\ddot{\phi} &= \int_L F_f x dx \end{aligned} \quad \left. \right\} (2)$$

$W$  : 船の重量  $I$  : 船の慣性モーメント

(1)(2)から次の連立方程式が得られる。

$$\begin{aligned} a_\zeta \ddot{\zeta} + b_\zeta \dot{\zeta} + c_\zeta \zeta + d_\phi \dot{\phi} + e_\phi \phi + g_\phi \phi &= F_\zeta \\ A_\zeta \ddot{\zeta} + B_\zeta \dot{\zeta} + C_\zeta \zeta + D_\phi \dot{\phi} + E_\phi \phi + G_\phi \phi &= M_\phi \end{aligned} \quad \left. \right\} (3)$$

運動方程式の左辺の諸係数と右辺の波による強制力は、船型、重量分布、水線面以下の形状が与えられれば、容易に求められる。又、計算に必要な断面減衰力、付加質量は田才<sup>20)</sup>、Grim<sup>21)</sup>の方法から求められる。

運動方程式(3)の解は

$$\begin{aligned} \zeta &= \zeta_0 \cos(w_e t + d_\zeta) & \phi &= \phi_0 \cos(w_e t + d_\phi) \\ \bar{\zeta} &= \zeta_0 / h_A & \bar{\phi} &= \phi_0 / kh_A \end{aligned} \quad (4)$$

$h_A$  : 規則波の振巾

$k$  : 規則波の波数

$w_e$  : 船と波との出会い周期

$\alpha_\zeta, \alpha_\phi$  : 位相の遅れ



となるので、(1)式を用いて流体力が求められる。

又、船は上下動搖、縦動搖するために流体力  $F_f$  の他に慣性力が働くから、船体の任意断面 ( $x=\xi$ ) に働く波浪曲げモーメントは

$$M = \int_{A.P.}^{\xi} (x-\xi) F_m dx = \int_{F.P.}^{\xi} (x-\xi) F_m dx \quad (5)$$

$$F_m = F_f - w_{(x)} / g \cdot \ddot{Z}_s$$

$w_{(x)}$  : 単位長さ当たりの船体重量

$\ddot{Z}_s$  : 船体の上下運動の加速度

(5)式に解(4)を代入すると、 $M$  は次式で求められる。

$$M = M_0 \cos(w_e t + \alpha_M) \quad \bar{M} = M_0 / \rho g L^2 B h_A \quad (6)$$

$\rho$  : 水の密度

$g$  : 重力加速度

$L$  : 船長

$B$  : 船幅

一例として貨物船について(6)式の型で求められた波浪曲げモーメントの無次元量  $\bar{M}$  を縦軸に、船長波長比の平方根を横軸にとって図示したのが図6である。

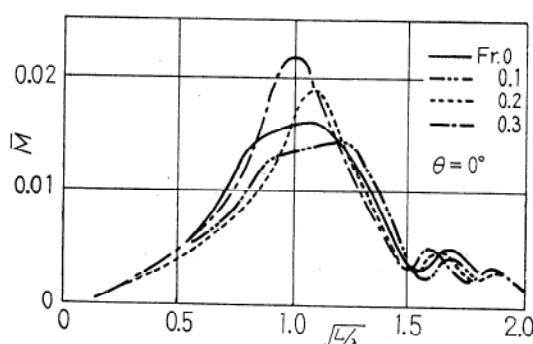


図 6

#### 4.2 波浪曲げモーメントの短期分布

曲げモーメントの標準偏差  $R$  は一般に海面状態、載荷状態、船速、針路の関数で与えられるが、現在迄の研究によると、海面状態と船の針路の影響が大きく載荷状態、船速の影響は2次的である事がわかっているので<sup>22)</sup>、実用上は、載荷状態は満載状態を、船速は航海速力を想定し標準偏差  $R$  を海面状態と針路の関数として表わす事が多い。

長波頂不規則波の場合は、

$$R_\theta^2 = \int_0^\infty [\bar{M}(w)]^2 \psi=\theta [r(w)]^2 dw$$

短波頂不規則波の場合は、各成分波の方向性エネルギー分布が波の平均進行方向より  $\pm 90^\circ$  范囲に  $\cos^2$  分布していると仮定すると波スペクトルは

$$\begin{aligned} [r(w, x)]^2 &= 2/\pi \cdot [r(w)]^2 \cos^2 x \quad |x| \leq \pi/2 \\ &= 0 \quad \quad \quad |x| > \pi/2 \\ R_\theta^2 &= 2/\pi \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^\infty [\bar{M}(w)]^2 \psi=\theta-x [r(w)]^2 \end{aligned}$$

$\cos^2 x dw dx$

$x$  : 成分波の進行方向と波の平均進行方向のなす角

$\theta$  : 船の針路と平均波方向のなす角

$\psi$  : 船の針路と波の方向のなす角

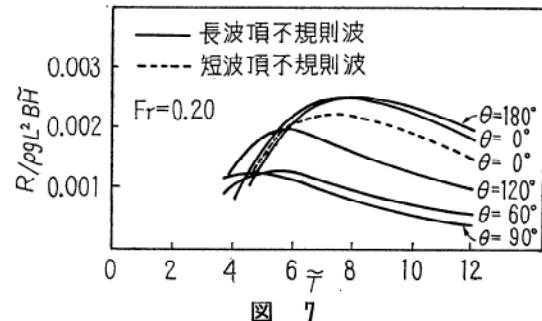


図 7

図 7 は長波頂不規則波と短波頂不規則波の場合に対する曲げモーメントの標準偏差  $R$  の比較図である。

#### 4.3 波浪曲げモーメントの長期分布

前章4.2.で或る海面に於いて、船が不規則波の平均波方向に対して  $\theta$  の針路で航行する時の波浪曲げモーメントの標準偏差  $R$  が求められた。

今、航路における海面状態の長期発現確率と波に対する針路の発現確率が与えられれば波浪曲げモーメントの短期分布の標準偏差  $R$  の長期発現確率（換言すれば、船令を通じての或る回数の繰返しが期待される曲げモーメントの極値）が求められることになる。

海面状態の長期発現確率の研究としては、

- a) Roll<sup>23)</sup>, Walden<sup>24)</sup> の北太平洋における波浪長期観測資料
- b) 山内<sup>25)</sup> 等の北太平洋における波浪長期観測資料
- c) Committee on environmental conditions I. S. S. C.

—1964による世界主要海域の長期波浪観測資料等がある。

以上の曲げモーメントの長期分布の計算法を福田<sup>26)</sup>の方法に基づいて概略する。

有義波高  $\bar{H}$ 、平均波周期  $\bar{T}$ 、針路  $\theta$  を夫々に階級区分に分けて、区分毎に番号を付ける。各区分を代表する  $\widetilde{H}_i$ 、 $\widetilde{T}_j$ 、 $\theta_k$  に夫々 suffix をつけ、 $\widetilde{H}_i$ 、 $\widetilde{T}_j$ 、 $\theta_k$  とする。

この  $\widetilde{H}_i$ 、 $\widetilde{T}_j$ 、 $\theta_k$  で代表される海面状態と船の針路の長期の発現確率を  $P_{ijk}$  とし、この時、生ずる波浪曲げモーメントの短期分布の標準偏差を  $R_{ijk}$  とする。

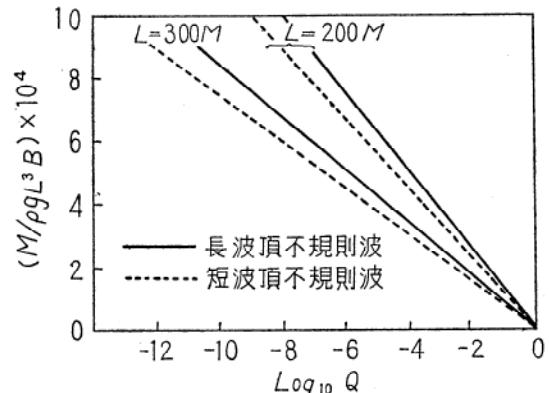
今、曲げモーメントの短期分布が Rayleigh 分布に従うと仮定すると、 $\widetilde{H}_i$ 、 $\widetilde{T}_j$ 、 $\theta_k$  で規定される波浪海域での曲げモーメントの極値がある値  $M$  を越える確率  $q_{ijk}(M)$  は、

$$q_{ijk}(M) = \exp[-M^2/2 R_{ijk}]$$

従って曲げモーメントの極値が長期間にある値  $M$  を越える確率  $Q(M)$  は  $q_{ijk}(M)$  の総和に等しいから

$$Q(M) = \sum p_{ijk} \times q_{ijk}(M)$$

$p_{ijk}$  は長期間での有義波高  $\bar{H}$ 、平均波周期  $\bar{T}$  の観測資料と針路  $\theta$  の発現確率を仮定する事により求められる。



8 図

図 8 は波浪曲げモーメントの長期分布を長波頂不規則波と短波頂不規則波について試算例で、今、船令を 20~25 年程度とすると、1 隻の船がその生涯を通じて体験する波浪曲げモーメントの標準偏差  $R$  の総数は  $10^5$  程度であり、この間に経験する波浪曲げモーメントの変動回数は  $10^8$  程度である事が知られている。従って、1 隻の船がその生涯を通じて総強度設計上の基準となる曲げモーメントの最大値の発見確率は  $Q$  が  $10^{-8}$  程度と推定できる。

#### 5. むすび

以上は総強度に関して、船体に働く波浪荷重の特性、および理論的推定法の研究の概略を述べたものである。

造船学の各分野の研究により、従来理論的解析が困難とされてきた航海中の船体に働く波浪の性質が、相当詳細に解明されてきている。また、これらの結果を総合した波浪荷重の理論的推定法は将来船体構造の合理化に多大な貢献をするであろう。

## 文 献

- 1) Neumann : "On Ocean wave spectra and a new method of forecasting wind generated sea" Tec. Memorandum No. 43 Beach Erosion Board (1953)
- 2) 佐藤正彦：“波浪中恒海時の船体の縦強度の関する模型実験”造船協会論文集、第90号(1965)
- 3) 秋田好雄：“T2-SE-A1 Tanker Modelによる波浪中船体曲げモーメントの研究第1報”造船協会論文集第110号(1961)
- 4) Vossers, Swaan, Rijklin: "Vertical and lateral bending moment measurements on Series 60 models" I. S. P. Vol. 8, No. 83 (1961)
- 5) Korvin-Kroukovski, B.V.; "Pitching and Heaving motions of a ship in regular waves" Trans, S. N. A. M. E. (1957)
- 6) Munk, M. : Fundamentals of fluid dynamics for a air-clift designer"
- 7) Jacobs, W. R. : The analytical calculation of ship bending moments in regular waves" J. S. R. Vol. 2 (1958)
- 8) 渡辺恵弘：“船の上下動及び縦揺れの理論について”九大工学集報 第31巻第1号
- 9) 福田淳一：“規則波中の船の縦曲げモーメント”造船協会論文集第110号～第111号(1961～2)
- 10) St.Dennis& Pierson : "On the motions of ship in confused sea " Trans. S. N. A. M. E. Vol. 61 (1953)
- 11) Lewis, E. V. : "Seip model tests to determine bending moments in waves" Trans. S. N. A. M. E. Vol. 62 (1954)
- 12) Jasper, N. H.: Statistical distributions of patterns of ocean waves and wave-induced ship stresses and motions, with engineering applica-  
tions" Trans, S. N. A. M. E. Vol. 64 (1956)
- 13) Bennet, R :"Results from full scale measurement and prediction of wave bending moment acting on a ship" The Swedish S. R. F. Report No. 32 (1962)
- 14) Nordenström:"Futher analysis of full scale measurement of midship bending moments" Chalmers Univ. of Technology, Göteborg (1965)
- 15) Longuet-Higgins:"On the statistical distribution of the heights of sea waves" J. of Marine Research Vol. 11 (1952)
- 16) Gumbel;"Statistic of extremes" Columbia Univ. (1959)
- 17) Yuille:"Longitudinal Strength of ships" Trans. R. I. N. A. Vol. 105 (1963)
- 18) 渡辺恵弘：“船体の最大応力の統計的推定について”造船協会論文集第429号(1965)
- 19) NordensTröm : "Calculations of wave-induced motions and loads Progressive reprints No.4" DNV Rep. No. 66-II-S (1966)
- 19) 花岡達郎：“波浪中の船の運動と船体に働く bending moment の計算について”造船協会論文集第101号(1957)
- 20) 田才福造：“船の上下動揺並びに縦動揺に於ける減衰力及び附加質量について”造船協会論文集第105号(1959)
- 21) Grim, O: "Berechnung der durch Swingungen eines Schiffs-körpers erzeugten hydrodynamischen Kräfte" Jahr. S. T. G. 47 (1953)
- 22) 福田淳一：“波浪荷重の長期分布推定法”未発表
- 23) Roll:"Heigth, lengthand sttepess of sea waves in the Noreh Atrantic and dimentions of sea waves asfunctions of wind force" Trans. S.N.A.M. E.Tech-nical andResearch Bulletin No. 1-19 (1958)
- 24) Walden:"Die Eigenschaften der Meerswelle in Nordatlantischer Ozean" Deutch westter chiust Seawetter Einzeleend auf Eugelerräff entlichungen Nr. 41 Hamburg(1964)
- 25) 山内他：“北太平洋及び日本近海の波浪統計調査”造船研究7卷, 2号(1965)
- 26) 福田淳一：“超巨大船の 波浪曲げ モーメント 長期分布推定について”未発表