

# 金属の疲労とくに超音波疲労 によって起る転位模様

大阪大学産業科学研究所 粟 谷 丈 夫\*

## 1. 緒 言

世界最初のジェット旅客機コメットI型がローマの空港を立って約1時間後に海中に墜落したのは1954年1月のことである。つづいて同年4月に同じような惨事が同じコメット機に起り、これまた塔乗員全員が死亡した。イギリス技術陣の懸命の調査により、機体の疲労破壊が原因であることが認められた。これらは世人の注目を浴びた大惨事であるが、最近、機械の高速化に伴い疲労破壊、とくに高速疲労を起す機械部品が多くなった。このためかどうかは知らないが、近年疲労に関する研究が、材料力学の面から、または金属学的な立場から非常に盛んに行なわれるようになってきた。

金属の疲労現象について全般的な解説をするのは余りにも頁数を要するのでここでは主として単位時間当りの応力の繰返し数（周波数）が超音波領域に属するような速い疲労現象（一般に超音波疲労と呼んでいる）について述べよう。

このような高速の疲労試験が何の目的で行なわれるかと言うと、

(1) まず最初は試験時間を短縮しようと言う試みからであった。たとえば普通鉄鋼の限界繰返し数は $10^7$ 回であるから、いま $60\text{c/s}$ で行なう通常の試験では約2昼夜を要するが、これを $15\text{kc/s}$ で行なうと約10分余りですむことになる。これは非常に魅力的であるが、最近に

なって疲労寿命が繰返し数のみに依存するのではなく速度（すなわち周波数）依存性を持つことが明らかにされてきた。たとえば、鋼材（S20C）について応力振幅と破断までの繰返し数、すなわちS-N曲線を、周波数をパラメーターとして示すと図1のようになる<sup>1)</sup>。このことから、周波数を上げると、破断までの繰返し数もまた多くなり、試験時間を短縮しようとする単純な考え方には成り立たないことが判ってきた。

(2) 初期の目的に適うことは出来なかつたが、このような高い周波数の応力を受ける機械部分や構造部分が実際にかなり多くなってきたと言ふことである。そして、このような部分の疲労強度を求めることが実用上超音波疲労試験の大きな目的となってきた。すでに述べたコメット機が超音波疲労をしたかどうかは判らないが、ジェットエンジンの強力な音圧を受けた機体外板や、高速回転を行なうターピン翼などは、このような高速疲労を受ける好適な例であろう。この種の問題は機械の高速化に伴いますます多くなるものと思われる。

(3) 次に疲労機構の究明に対する一つの手段として用いることである。疲労についてはこれまで多くの報告があるにもかかわらず、いまだこれを統一的に説明する理論が提出されていない。そこで速度依存性の面から疲労の基礎的機構の知見を得ようとすることが、また、超音波疲労の目的に加えられている。

## 2. 超音波疲労試験機

現在、この種の試験に用いられている装置は二つに大別される。その一つは試験片にその固有振動数と等しい断続空気流を吹きつけて共振疲労させるものである。空気流をつくるにはいろいろな方法があるが、最近山根ら<sup>2)</sup>によりサイレンを利用して、気流の繰返し数を高い精度で制御し得る装置を発表している。この方法では一般に試験片の曲げ振動を用いる場合が多い。

もう一つの方法は、電わいまたは磁わい振動を利用した、いわゆる、電気的方法である。ここでは試験片に引張圧縮型の振動を起させる場合が多い。振動数は $10\sim30\text{kc/s}$ 程度であるが、最近菊川ら<sup>3)</sup>は $100\text{kc/s}$ まで使

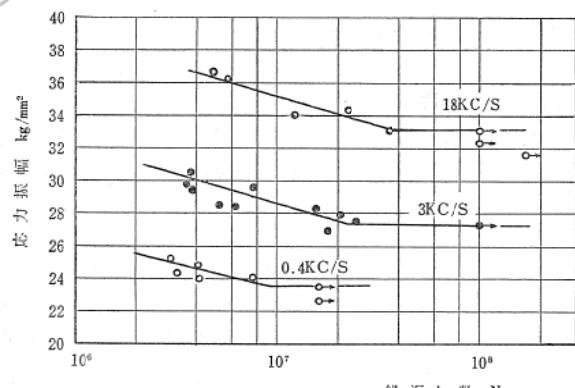
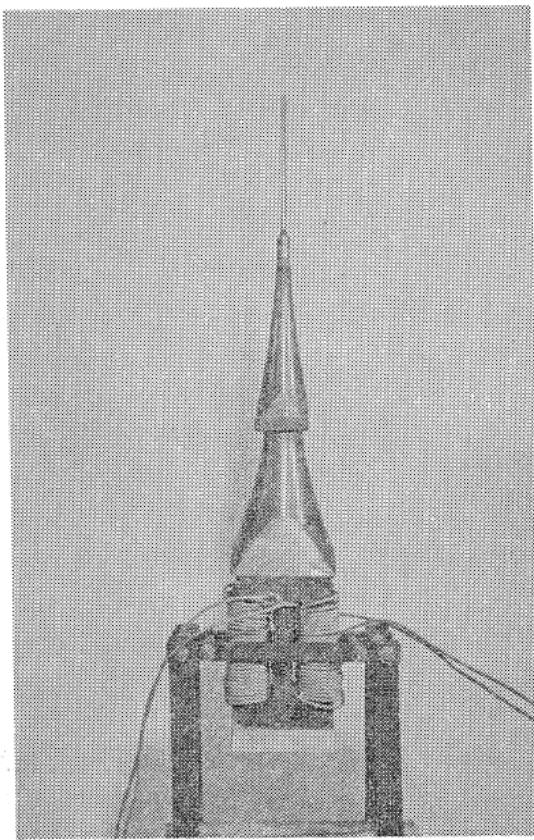


図1 鋼材のS-N曲線（周波数依存性を示す<sup>1)</sup>）

\*大阪大学産業科学研究所教授

写真1 超音波疲労試験機の機械振動部分<sup>4,5)</sup>

用可能な装置を試作した。写真1は筆者ら<sup>4)</sup>によって開発されたもので、発振器からの超音波電気振動を電圧・電力増幅し、これをニッケル積層板よりなる磁わい振動子で機械振動に変換する。磁わい振動子に現われるひずみ振幅は $10^{-5}$ 程度であるので、これを疲労試験に必要な $10^{-3}$ 程度にする必要がある。これには写真でも見られるような2段の指歎関数型ホーンを用いる。各ホーンの長を適当にして、その基本振動数を振動子のそれに合うようにすると、振幅はホーンの下端と上端の直径比で拡大される。試験片は上段ホールの先端にねじ止めされていて、その基本振動数も振動子のそれに一致するように作られている。このようにすると試験片の振幅は軸方向に對してsin分布をなすので、その先端の振幅を顕微鏡で読取ると、各点の振幅の絶対値を求めることが出来る。ひひずみは振幅のこう配であるから、最大ひずみ、したがって、最大の誘起応力は求められ、それは試験片のはば中央部に生ずることになる。結局最大応力は

$$\sigma = \frac{\pi EA}{l} \quad \dots \dots (1)$$

で与えられる。ここで、

$\sigma$  : 試験片に生ずる最大応力

$E$  : ヤング率

$A$  : 試験片先端の振幅

$l$  : 等価直棒の長さ ( $l = c/2f$ )

$c$  : 試験片を伝わる縦波の速さ

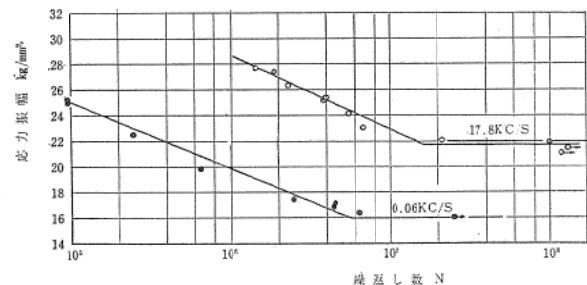
$f$  : 共振周波数

である。

この振動系の  $Q$  がかなり高いために、駆動する電気振動周波数のわずかなずれによっても機械系の振幅は著しく低下する。これは試験中に起る温度の上昇や試験片の内部摩擦の変化などに起因するのである。本装置においては磁わい振動子の内部に電磁気的に無誘導帯を作り、これから振動子の機械振動に比例するような電気出力を取り出すことによって、駆動電気振動の周波数を自動的に機械系の共振周波数に合わせよう工夫されている<sup>5)</sup>。

このような高い振動数での応力の繰返しでは、ヒステリシス損失により、試験片温度は著しく上昇し、そのままの状態では、数秒の間に赤熱状態になる。従って試験片に冷却水を噴射しながら試験を行なう必要がある。材料によっては、このため応力腐食などの影響が現われる鉄鋼材については、普通 2%内外の V.C.I. 水溶液 (V.C.I. は Volatile Corrosion Inhibitor の略) を毎分 2~4l の割合で試験片に噴射することにより、その温度の上昇と腐食の影響をさけている<sup>3)</sup>。

このような条件で求めた純鉄の S-N 曲線を図2に示している。図1は曲げ振動で疲労した鋼材の周波数依存性を表わしているが、引張圧縮試験(図2)<sup>6)</sup>の場合にも、また、著しい周波数依存性のあることがわかる。

図2 鉄のS-N曲線(周波数依存性を示す)<sup>6)</sup>

### 3. 疲労組織

#### 3.1 まえがき

すでに述べたように疲労の機構についてはまだ十分明らかにされていないが、最近の実験によれば、微小クラックの発生には試料表面が重要な役割をしていることを示すものが多い。疲労試験を中断して試料表面を電解研磨するとすべり帶の多くは除去されるが、その中若干は残存する<sup>7)</sup>。このような中間研磨を続けると、残存したすべり帶 (Persistent slip band) からき裂が発生する。また、応力の繰返しと共に試料表面に突き出し (extrusion) や入り込み (intrusion) が現われる<sup>8)</sup>。突き出しの寸法から判断して、入り込みは厚さ 1000 Å、深さ 10 μ

程度と考えられるので、ここが応力集中源となって直ちにマクロ的なき裂が発生するとは思われないが、ミクロクラックの源となり得ることは十分考えられることである。事実試験の途中で十分な電解研磨により、以上のような表面の模様 (Persistent slip band や intrusion) を取り去ると、疲労寿命はかなり延びる<sup>7)</sup>。また試験の雰囲気を変えて、真空中あるいは窒素中で行なっても、これまた寿命を相当延ばすことが可能である<sup>8)</sup>。このようなことから疲労は表面現象であると言う人がある。

しかし、上述の“残存すべり帯”は試験条件によって現われないこともあり、また、この部分は電解研磨の際にとくに侵され易い部分で、これからクラックの発生は電解研磨の時に出来たくぼみの集中応力作用ではないかと言う人もある<sup>10)</sup>。また intrusion よりは、はるかに大きいにもかかわらず、いくら応力を繰返しても進行しない、いわゆる停留クラックも実際に存在する。さうに疲労試験の間に、低応力の繰返しをはさむと、疲労試験の間に発生した内部組織の乱れが消失して、疲労寿命が非常に延びることも認められている<sup>11)\*</sup>。これらのことを考え合すと、疲労の全過程は表面現象だけで左右されるのではなく、内部組織の変化にもまた非常に影響をもつものと考えるべきであろう。結局、疲労現象は大別して、クラックの発生とその伝ばが組合された複雑な現象で、前者は主として表面現象であり、後者は内部組織の変化に関連し、何れが律速過程であるかは、材料の種類、状態、組織や実験条件などで変ってくるものと思われる。

これらは普通の疲労について、これまで行なわれた実験結果の概略を説明したのであるが、以下超音波疲労について、若干の表面観察と、内部組織の観察については電子顕微鏡の応用面に関連が深いと思われる所以多少詳しく述べたいと思う。

### 3.2 表面観察

写真2と3はそれぞれ鋼材の超音波疲労と通常の疲労による表面組織の相異を示したものである<sup>9)</sup>。後者では寿命の初期から細いすべり線が現われ、応力の繰返しと共にその幅と長さを増してゆく。クラックはこのすべり帶の中から発生し伝ばしてゆくが(矢印)、とくに結晶粒界に沿ったすべり帶、あるいは粒と交わったすべり帶にクラックが多いように思われる。写真2の超音波疲労材では、これと非常に異り、すべり帶はほとんど認められず、多くのクラックはパーライトとフェライトの境界から、またはフェライトの結晶粒界からすべり帶を伴わずに発生している。これらのクラックは応力の繰返しと

共に、主に粒内を貫いて徐々に進行している。これらの結果はC0.27%の軟鋼に関する実験結果であるが、C0.02%の純鉄に近いものでも、本質的にはこれらと変わらない。写真4はクラックが成長して破断クラックに近づいた場合の両者の差異を示したもので、このような状態においても超音波疲労では、ほとんどすべり帶は認められない。

しかし、銅の場合は、鋼とは非常に異なり、表面組織の上では、超音波疲労と通常の疲労との間ではほとんど差異は認められない(写真5と6の比較)。銅ではすべり線は直線的で繰返しと共にその幅は広く、かつ深くなりクラックはそれに沿って発生しているが、とくに双晶境界や結晶粒界に沿うすべり帶から発生しているものが多い。ただ超音波疲労の場合は多少すべり線は細かく、それらの間隔も小さいようであるが、両者の間に本質的な違いはないようと思われる。

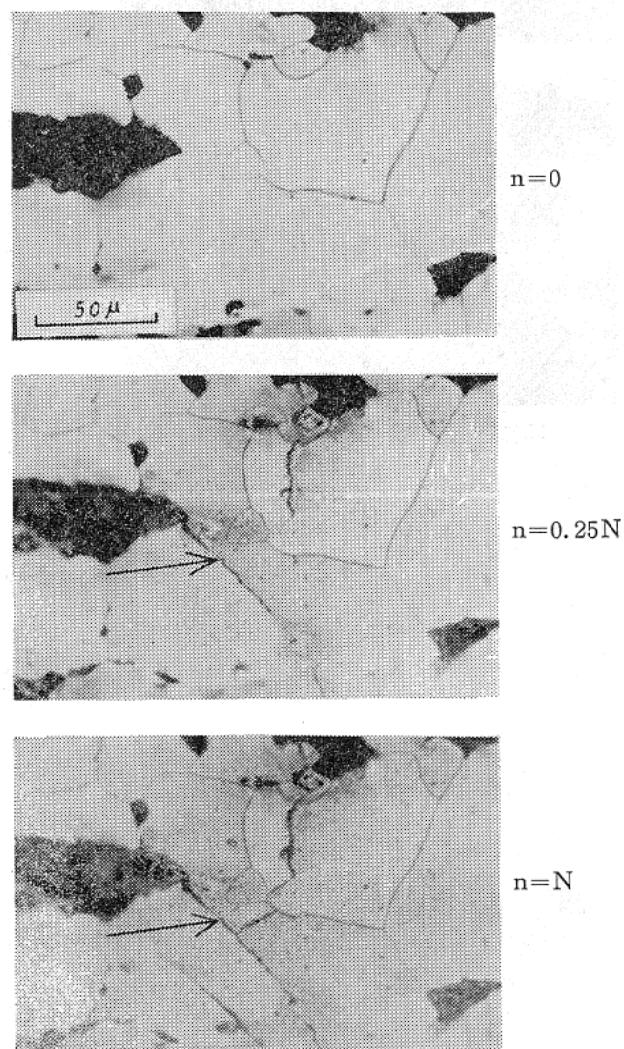
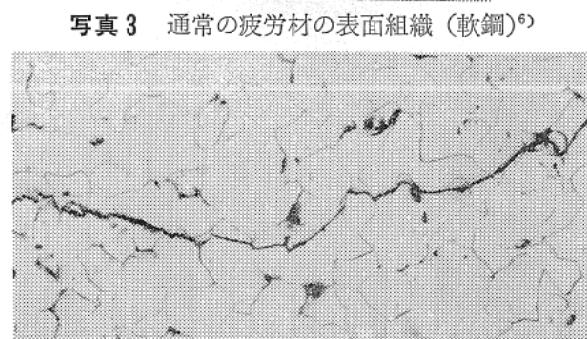
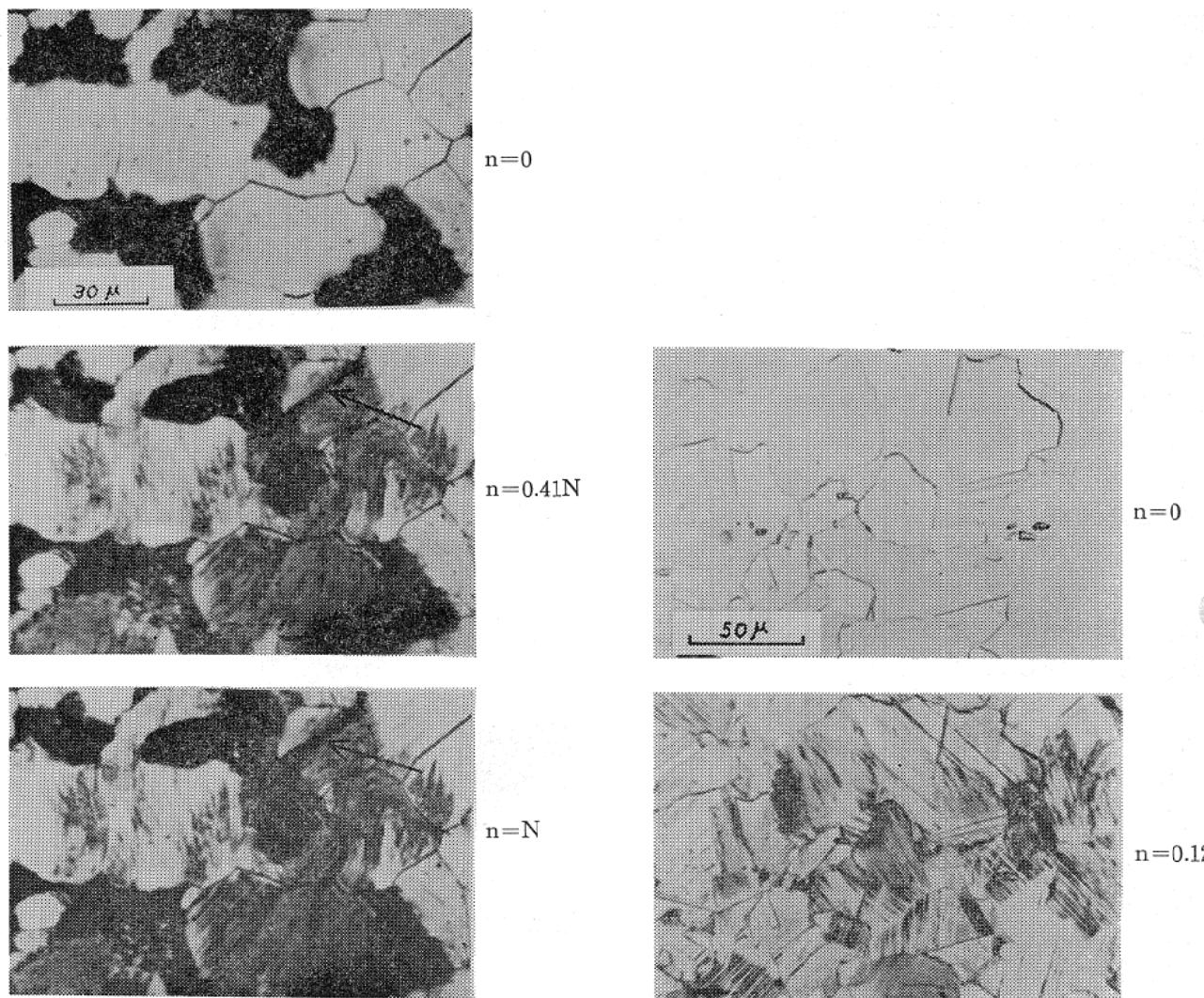
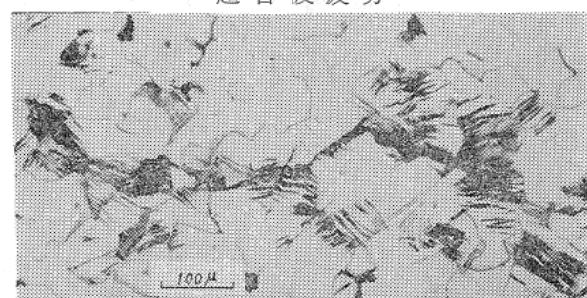


写真2 超音波疲労材の表面組織(軟鋼)<sup>6)</sup>

(\*) 試験を中断してその間に試料の熱処理をしても寿命は余り変わらないと報告<sup>12)</sup>もあるので、このことについてはなお検討の必要があるようと思われる。

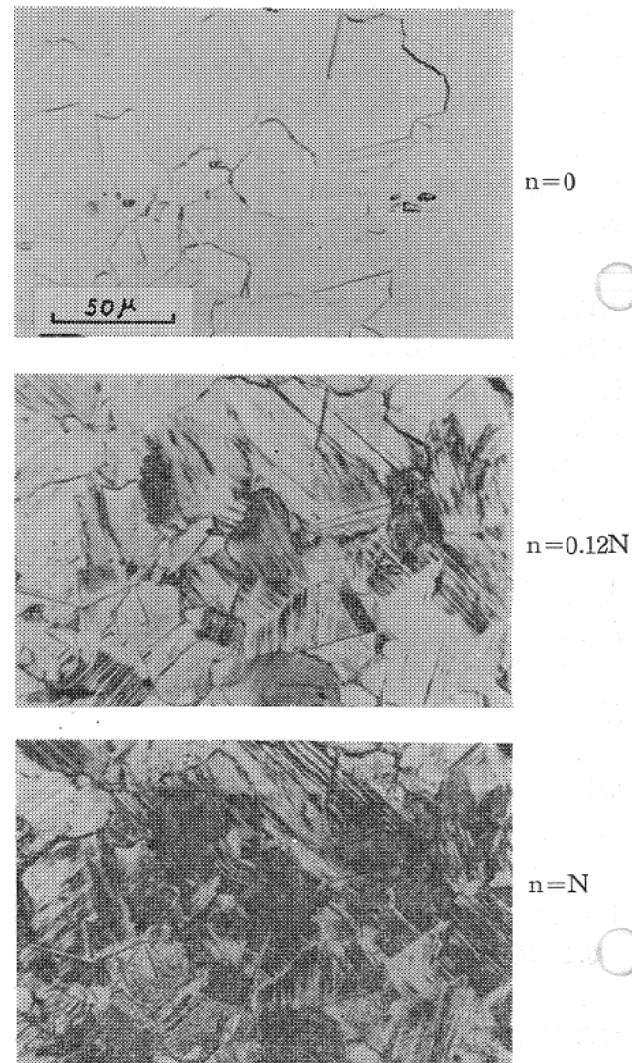


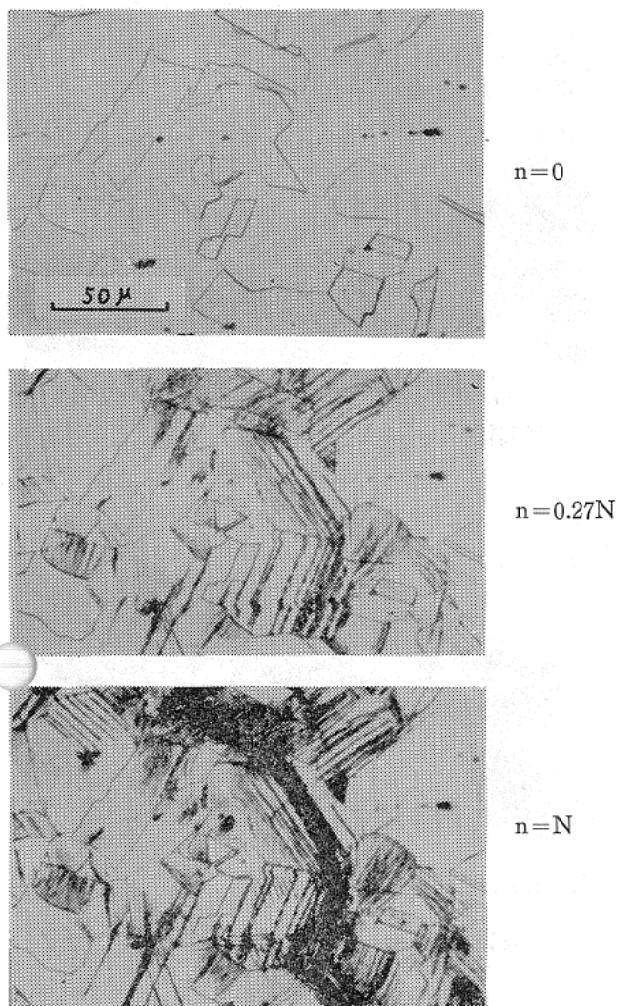
超音波疲労



通常の疲労

写真4 超音波疲労き裂と通常の疲労き裂との相違<sup>6)</sup>  
(鉄の表面組織)

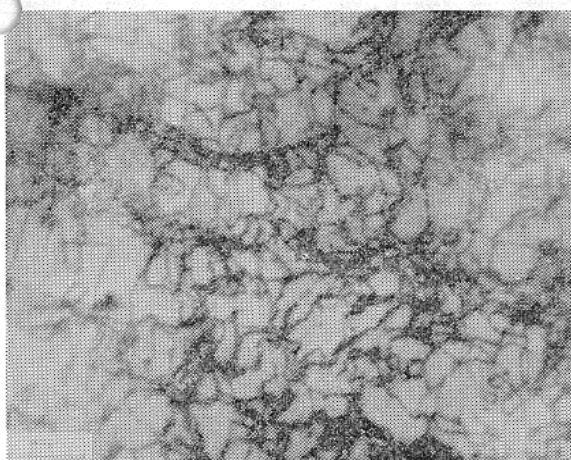
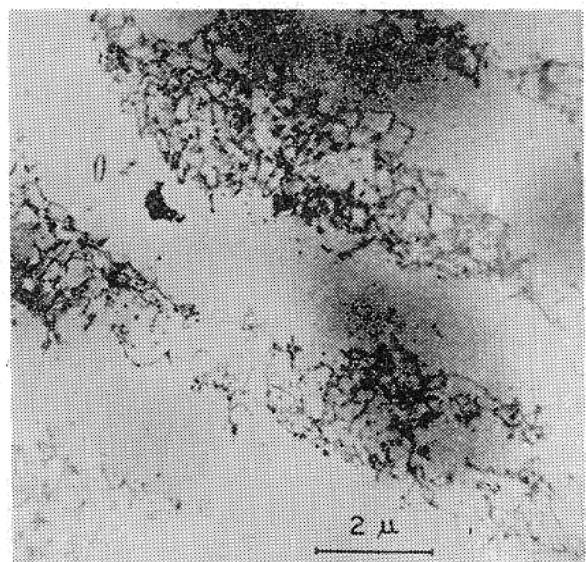
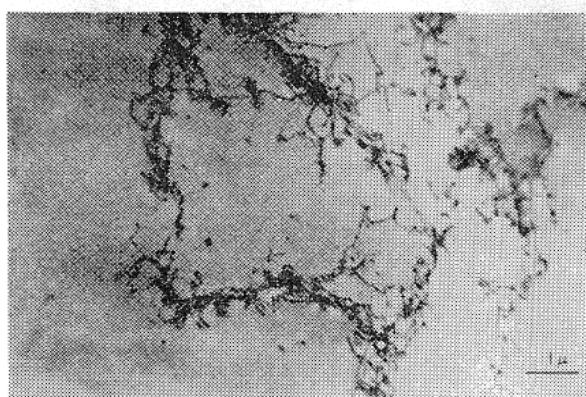
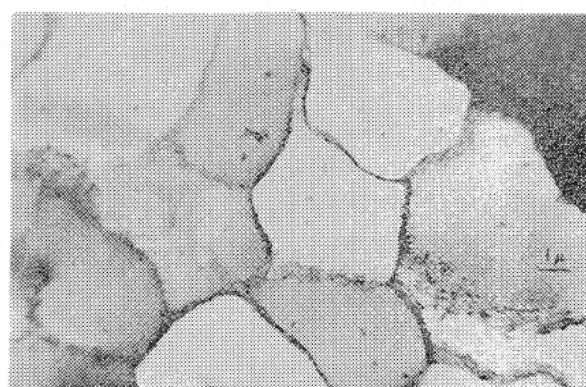


写真6 通常の疲労材の表面組織（銅）<sup>6)</sup>

### 3.3 内部組織

通常の疲労や急冷した時の内部組織は、現在アルミニウムについて多くの資料があるので、これらと比較するために、まずアルミニウムについての観察結果を述べる。

写真7と8、並びに写真9と10は普通の疲労材で観察

写真7 通常の疲労材（アルミニウム）の内部組織（Segall ら<sup>13)</sup>）写真8 通常の疲労材（アルミニウム）の内部組織（Weissmann ら<sup>11)</sup>）写真9 通常の疲労材（アルミニウム）の内部組織；セル構造（Grosskreutz<sup>14)</sup>）写真10 通常の疲労材（アルミニウム）の内部組織；subgrain（Grosskreutz<sup>14)</sup>）

される代表的組織である。写真7と8は、いわゆる、dislocation patch と呼ばれている組織で、転位がからみ合った、非常に密度の高い領域である。これらの中には転位が全く random に配列したもの、グループをなして層状をなすもの、あるいは転位が  $<112>$  方向に配列したものなどがある。写真9と10はセルまたは、subgrain と呼ばれている組織で、それらの境界はもちろん転位の密集帯からできている。写真11はこのようなセルの形成途上のもの思われるものを示した。疲労によるクラックは、このような subgrain の境界を優先的に伝ばしてゆくと言われている。

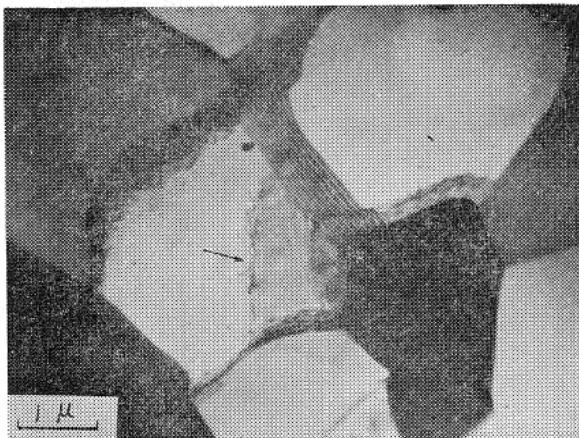


写真11 通常の疲労材（アルミニウム）の内部組織；セルの形成<sup>15)</sup>

以上のように普通の疲労材（アルミニウム）の内部組織を基にして、超音波疲労材の組織を観察してみる。写真12から15までは dislocation patch で、これらの中には比転位密度の低いもの（12）や、高いもの（13），patch が層状に配列したもの（14），並びに多数の双極転位が  $<112>$  方向に並んで出来たもの（15）など、普通の疲労材で観察されるものと変りはない。しかし、これらの超音波疲労材では、何れも、原子空孔の凝縮で出来た二次格子欠陥と思われる小さい転位ループがおびただしく存在することである。（通常の疲労材でも多くの転位ループの見られることがあるが、これらはほとんど後述の双極転位から出来たループのように思われる。）

耐久限度（これ以下の応力振幅では疲労破壊を起さないような極限応力）以下の応力では subgrain の形成は観察されず、それ以上の応力振幅で破壊したアルミニウムには多くの subgrain が見られたことから、アルミニウムの超音波疲労の場合にも普通の疲労の時のように、クラックの進行には subgrain boundary が必要であろうと考えられる。写真16と17は超音波疲労で現われた subgrain であるが、また写真18で示すように転位ルー

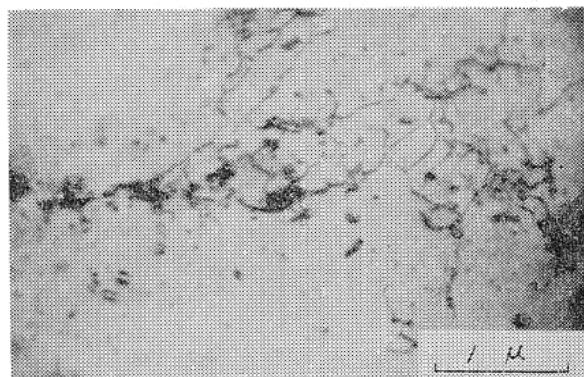


写真12 Dislocation patch (超音波疲労)<sup>16)</sup>

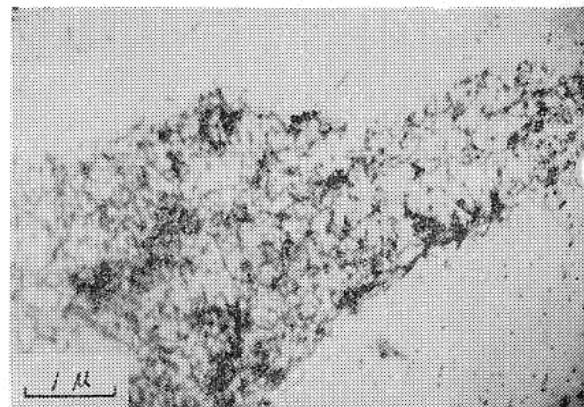


写真13 Dislocation patch (超音波疲労)<sup>16)</sup>

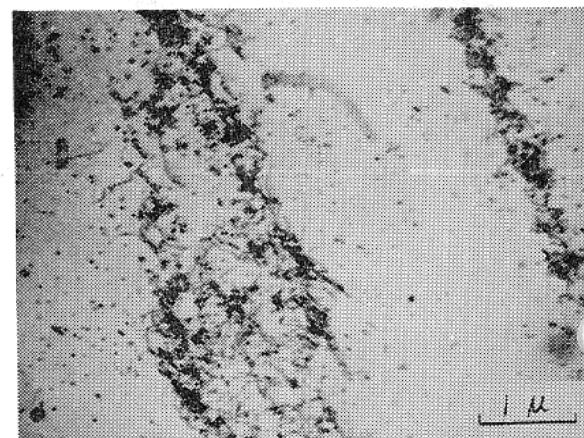


写真14 Dislocation patch (超音波疲労)<sup>16)</sup>

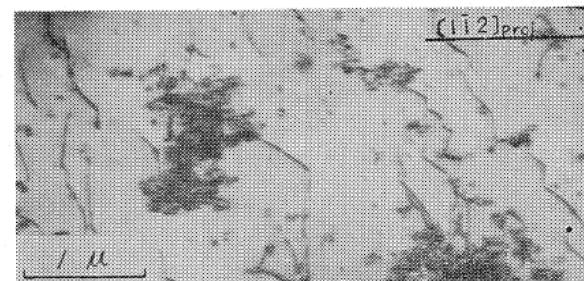
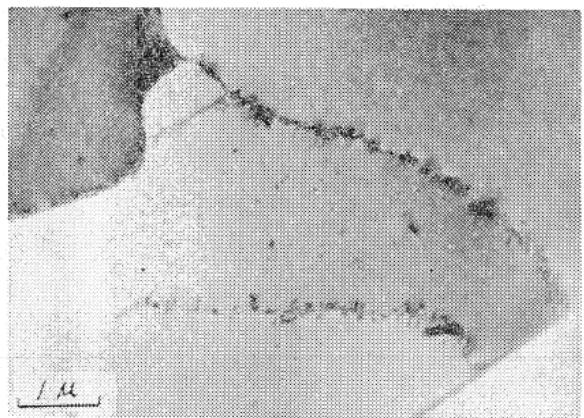
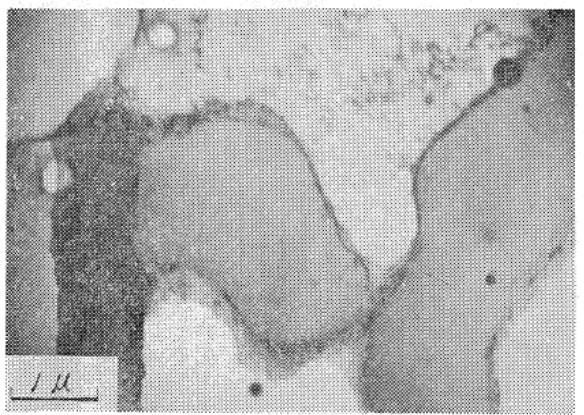
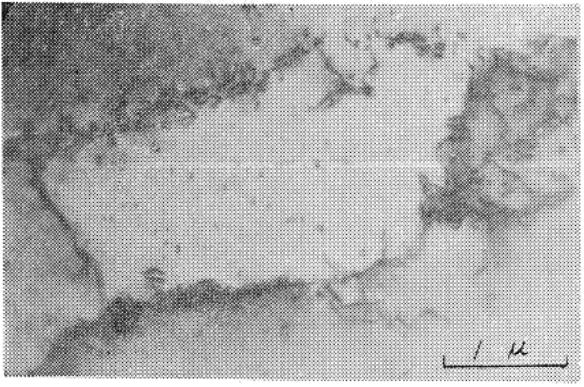


写真15 Dislocation patch (超音波疲労)<sup>16)</sup>

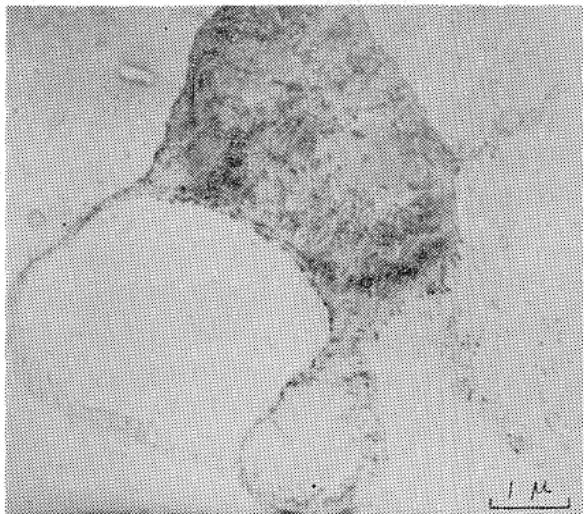
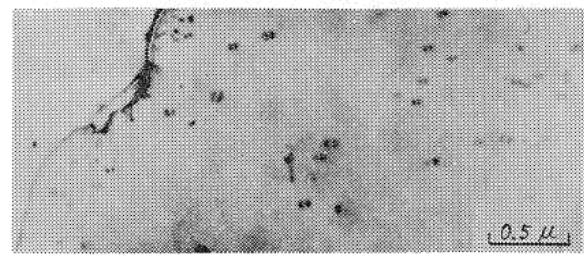
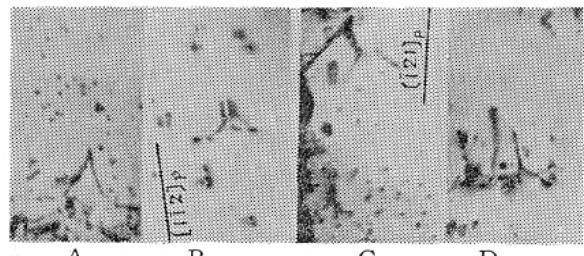
写真16 Subgrains (超音波疲労)<sup>16)</sup>写真17 Subgrains (超音波疲労)<sup>16)</sup>写真18 Subgrains (超音波疲労)<sup>16)</sup>

の集合から出来た subgrain boundary も多数観察される。これらの写真においても、前に述べた二次格子欠陥と思われる小ループが多数見られる。

写真19は Weissmann<sup>11)</sup> らが普通の疲労アルミニウムで見出し birdnest と呼んでいる組織に類似なものである。彼らはこのような組織が非常に低いひずみ振幅の繰返し(cycling)によっても消失しないことや、またこれらが粒界近くに現われることから、疲労破壊の前駆組織であろうと考えている。しかし超音波疲労の場合、これが必ずしも破壊に結びつくかどうかは判然としない。

写真20は前述の転位ループが比較的明瞭に現われた領域の写真である。これと前の多くの写真で見られた小さな転位ループが、原子空孔が平面上に凝縮して出来た、いわゆる二次格子欠陥であるのか、または、普通の疲労の場合のように大きな jog の処に形成された双極転位がループになったものかについての区別は判然としないけれども、この外に撮られた多くの写真の中には明らかに積層欠陥を含んでいると思われるループもあるので、全部ではなくても、かなりの数の二次欠陥が存在しているものと思われる。写真21は原子空孔の発生源と思われる dragged jog(A) や双極転位を形成している大きい jog (B, C, D) を示したものである。

急冷されたアルミニウムに観察されている二次格子欠陥(原子空孔によって出来た欠陥)には上記のようなループの外に void がある。写真22は超音波疲労の場合に

写真19 Birdnest structure (超音波疲労)<sup>16)</sup>写真20 転位ループ (超音波疲労)<sup>16)</sup>写真21 Jogs<sup>16)</sup>

も、このような void が形成されることを示したものである。void は等厚干渉縞を境として、その像のコントラストが反転（白黒反転）しており、その大きさは、最大 $200\text{ \AA}$ 程度である。電子顕微鏡を観察していると、void によく似た像で試料面に垂直に立った転位がある。この場合は像の形がやや丸いようであり、電子回折から試料面を求めてみると、それは  $\{111\}$  に垂直になっていている。写真23は試料面が  $(\bar{1}\bar{1}2)$  で、写真中の矢印は恐らく  $(111)$  面上の転位と思われる。

以上挙げた各種の組織（写真12～22）は超音波疲労をしたアルミニウムの代表的なものであるが、それほど多くではないが、写真24から26までに示したようなかなり大きい転位ループも観察された。このようなループは小さいループ（二次欠陥）から成長したものと思われる。

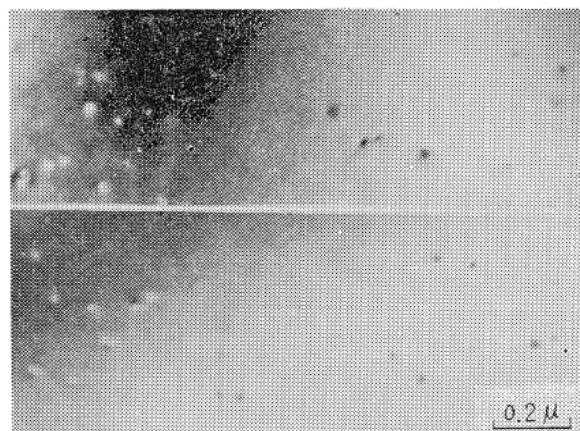
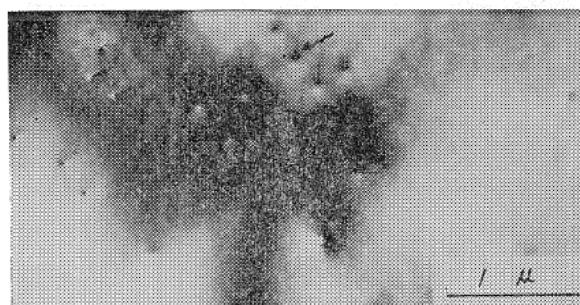
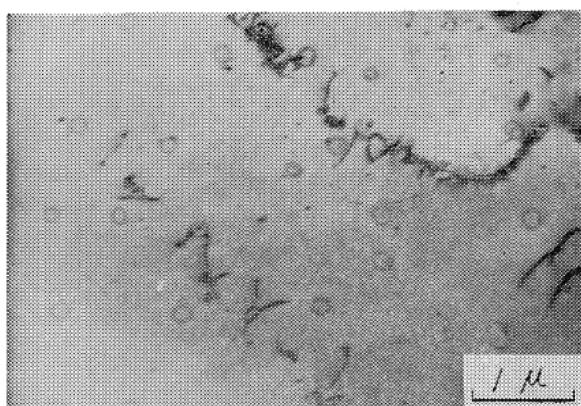
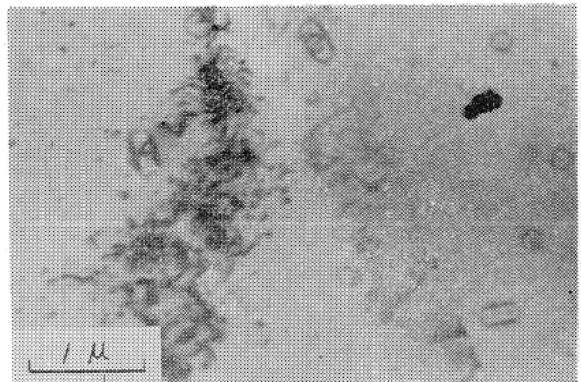
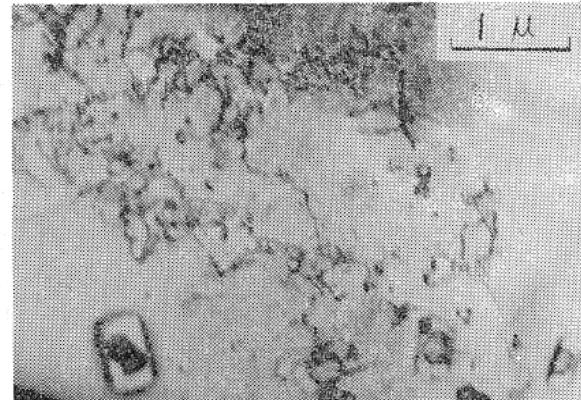
写真22 Voids.<sup>16)</sup>写真23 試料面  $(\bar{1}\bar{1}2)$  に垂直な転位<sup>16)</sup>

写真24では、像のコントラストから、ループは試料面  $(0\bar{1}2)$  上に存在するものであろう。写真25と26では試料面は共に  $(0\bar{1}3)$  であるが、これらのループは写真24のものと同種のものと考えられる。（これら両面のなす角が比較的小さいので、像にはそれほど著しいコントラストの差が見られない。）これらはせん転位の jog の非保存運動によって発生した原子空孔を吸収して、上昇運動（climb）により写真24から写真26のように次第にそ

の大きさを増してゆくものと思われる。いま f.c.c. 金属の  $(001)$  面上の原子位置を示すと図3のようになる。○印の原子と×印の原子は紙面に垂直に半格子間隔だけ離れている。もし、3枚の隣接した  $(\bar{1}20)$  面の原子を取り去り  $\frac{1}{2}[\bar{1}10]$  の Burgers vector を以て再結合すれば、後に積層欠陥を残さず、その周囲は転位ループとなる。写真23は恐らくこのようにして出来たループと思われる。したがって、このループの周辺で3枚の  $(\bar{1}20)$  面上の原子が空孔と置換すれば、ループは  $(\bar{1}20)$  面上で成長することが出来る。写真25と26はこ

写真24 転位ループ（試料面  $(\bar{1}20)$ )<sup>16)</sup>写真25 転位ループ（試料面  $(\bar{1}30)$ )<sup>16)</sup>写真26 転位ループ（試料面  $(\bar{1}30)$ )<sup>16)</sup>

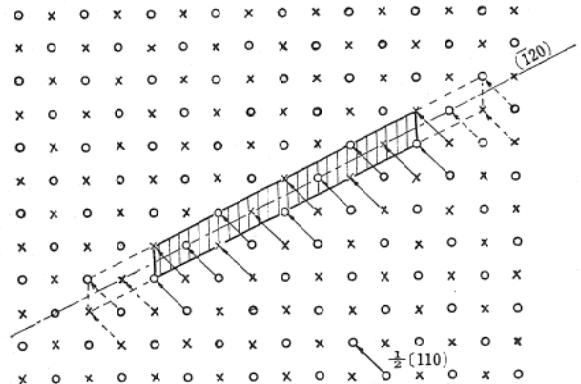


図3 f.c.c. 金属の (001) 面上の原子位置 (紙面は (001), × 原子は紙面に垂直に半格子間隔だけ ○ 原子よりずれている)

のようして大きくなつたものであろう。大きくなると、写真26のように2重のループになつてゐるものが多いが、これは一つのループの中に更に原子空孔が凝縮して出来たものと考えられる。

また、稀ではあるが、真円に近い大きい円周の中にあたかもトンボの目のような微細構造をもつた組織が観察された(写真27参照)。これはどんな組織で、疲労現象に如何なる役割をしているかは、今の処、明らかでないが、試料を傾斜すると faintな像が得られるので、contamination ではなさうである。

疲労とは少し離れるが、電子顕微鏡による直接観察で興味あるものに slip trace がある。それは試料に多量の電子線を局部的に照射していると転位は動き始め、その跡が可なりの時間(アルミニウムの場合10秒内外)消滅せずに slip trace として残る。このような機構で疲労によって出来た subboundary の個々の転位が1本づつ離れて、遂に boundary 全体が消滅することがある。写真28はこの状態を連続的に示したものである。

話は前後するが、ここで使用した試験片は引抜により作り、それから熱処理を行なつてゐるので、ここに熱処

理前後における内部組織の変化を参考までに挙げる(写真29と30参照)。熱処理後でも若干転位の残る場合があるが、写真30は転位線がほとんど見られず、かつ、結晶粒界が鮮明に現わされた特別のものを示している。

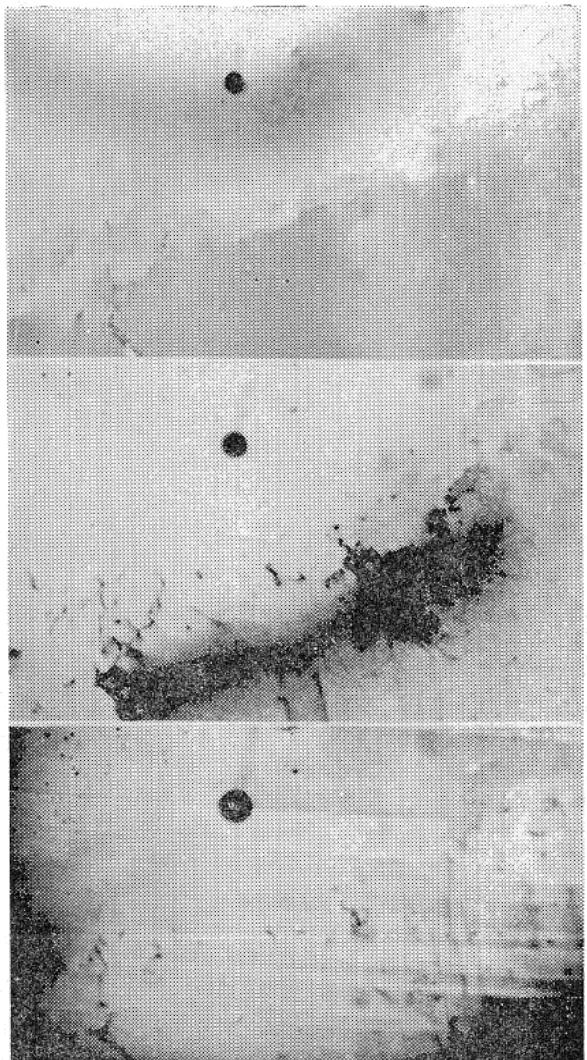


写真28 Slip trace による subboundary の消滅。<sup>16)</sup>

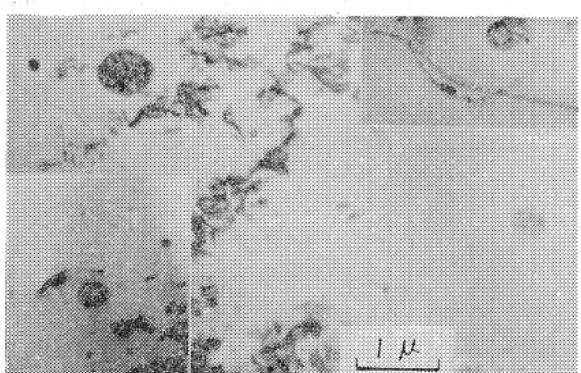


写真27 超音波疲労で現われた不明な組織<sup>16)</sup>

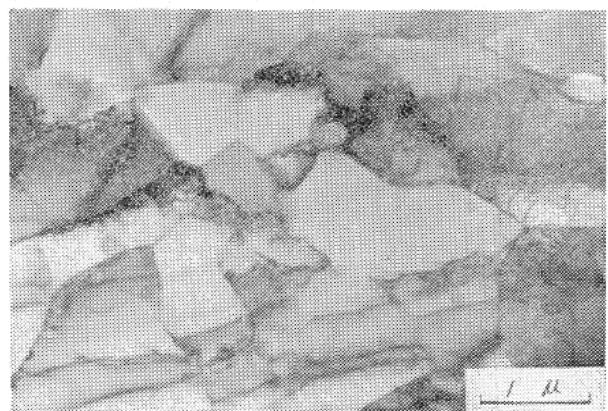
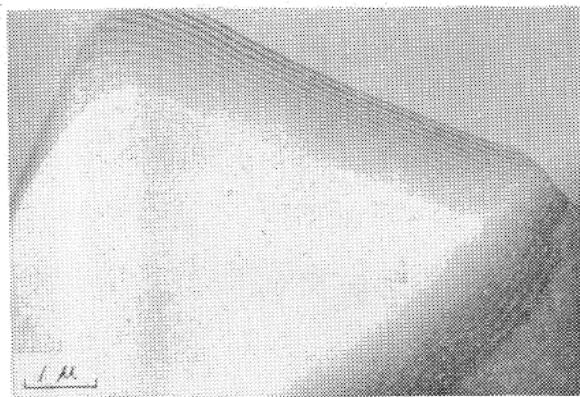


写真29 热処理前の内部組織。<sup>16)</sup>

写真30 热処理後の内部組織。<sup>16)</sup>

さて、以上は主として超音波疲労に現われる種々な内部組織を示した。不明の点もあるが、この疲労では、おびただしい原子空孔が jog の運動で発生しているものと想像される。ごく粗い推定ではあるが、この試験に用いた最高の応力振幅  $3.7\text{kg/mm}^2$  の場合、すべり面上、単位面積当たりに発生する空孔の数は  $10^{14}/\text{s}\cdot\text{cm}^2$  程度になる。いま、すべり面の平均間隔を  $10^{-4}\text{cm}$  と仮定すれば、単位体積当たり毎秒発生する空孔の数は  $10^{18}/\text{s}\cdot\text{cm}^3$  となり、融点近傍で熱平衡にある空孔の数  $10^{19}/\text{cm}^3$  のほぼ 10% にもなる。なお、試験片の最高応力部の温度は高く見積つても  $76^\circ\text{C}$  位である。この温度で平衡にある空孔の数は大体  $10^{12}/\text{cm}^3$  となるので、発生する空孔の大部分は jog の運動によるものであることがうかがえる。

#### 4. 結 言

電子顕微鏡による内部組織の観察には、試料をきわめて薄くすること（大体  $5000\text{\AA}$  程度）が必要である。透過写真の良否は一にこのような薄い試料の作製にかかっていると言っても過言ではない。ここではまず直径  $3\text{mm}$  の棒状試験片を電解研磨で無ひずみ的に輪切にする。その後 2 段階の電解研磨を経て所要の厚さにしているが、この繰作で、最初から  $3\text{mm}$  のような小さい円盤を使用せねばならなかった点に可なりの困難があった。これについては何れ別の機会に報告するつもりであるので、ここでこれまでの観察から得られた結論を簡単にまとめてみよう。

鉄や鋼の超音波疲労と普通の疲労とでは、試料の表面に可なり違った様相が起る。すなわち、前者では、クラ

ックほとんどすべり線を伴わずに発生する。しかし、銅の場合は通常の疲労と余り変らず、すべり帯の中にクラックが発生する。

内部組織については、超音波疲労をうけたアルミニウムでは、通常の疲労組織の外に二次格子欠陥が多数現われる。これはアルミニウム急冷したとき、または、高エネルギー粒子 ( $\alpha$ -線のような) を照射したときに起る組織によく似ている。このことから、超音波疲労では多数の原子空孔が発生するものと思われる。簡単な推定ではあるが、毎秒発生する空孔の数は、融点近傍で熱平衡にある空孔の数の 10% 程度にもなる。二次欠陥自体は余り疲労強度に影響しないように思われるが、大部分の空孔は転位などに吸収され、それに上昇運動を与え、もつれを緩和して、疲労強度を高めるように作用するものと考えられる。

ここでは挙げなかったが、超音波疲労をうけた鉄や鋼の内部組織には、破断材でもセルや subgrain は観察されなかったが、アルミニウムの場合には必ずこのような組織が現われる。このことから、超音波疲労でのクラックの伝播には、アルミニウムの場合は普通の疲労のように subgrain boundary を必要とするが、鉄や鋼では subgrain を形成しなくとも、クラックは進行するものと思われる。これは普通の疲労の場合と非常に違っているようである。

#### 文 献

- 1) 山根：材料の強度と疲労に関するシンポジウム（昭40-4），31頁
- 2) 山根：日本機械学会誌，64（1961），130.
- 3) 菊川、大路、小倉：日本機械学会論文集，32（1966），363.
- 4) 栗谷、宮本：日本機械学会論文集，24（1958），480.
- 5) 栗谷：日本音響学会誌，20（1964），317；特許第453224号。
- 6) 栗谷、片桐：日本機械学会論文集，34（1968），833.
- 7) N. Thompson et al ; Phil. Mag., 1 (1956), 113.
- 8) P. J. E. Forsyth ; J. Inst. Metals, 83 (1955), 395.
- 9) N. J. Wadsworth ; International Conference on Fatigue of Metals, 382 (1956).
- 10) D. S. Kemsley ; Phil. Mag. 2 (1957), 131.
- 11) S. Weissmann et al ; Transaction A. S. M., 59 (1966), 709.
- 12) G. M. Sinclair & T. J. Dolan ; 1st U. S. Nat. Congr. Appl. Mech., 647 (1951).
- 13) R. L. Segall & P. G. Partridge ; Phil. Mag., 4(1959), 912.
- 14) J. C. Grosskreutz ; J. Appl. phys., 34 (1963), 372.
- 15) 栗谷、是枝：日本機械学会論文集，250（1967），843.
- 16) 栗谷、片桐、是枝：日本機械学会講演論文集，188. (1968)，33.