



粘土地盤の多次元弾塑性圧密解析

松井 保* 阿部 信晴**

まえがき

土質力学は“土”を対象とした材料力学であるが、土自身のもつ複雑性のために、いまだ汎用性のある“土の構成方程式”が確立していない。しかし、この約20年間に於いて、種々のアプローチによりその構成式の確立に向けて急速な発展がみられていることはすでに本誌において述べた通りである¹⁾。しかるに、土質力学の究極の目的は複雑な地盤の挙動を予測し、その成果を実際問題に反映することである。このような立場から、数値解析に適用した構成式を得、さらにそれを用いた数値解析法を開発し、実際問題へ適用するという流れの中で、土質力学を体系化して行くことは非常に重要であろうと思われる。

著者は、ここ数年来、ダイレイタンシー特性ひずみ硬化性、応力経路依存性といった土の特徴的な性質を考慮して、弾塑性論的な立場から実際地盤に適用しうる形で、土の構成式を提案し弾塑性有限要素解析法を開発してきた²⁾。以下では、上記の成果及び解明すべき地盤挙動の典型的な問題を例として、その適用した結果を述べる。

地盤の多次元圧密解析法

典型的な問題として、軟弱粘土地盤上に道路や鉄道などにみられる帯状盛土を施工する場合を取上げよう。このような局部載荷による粘土地盤の挙動は、圧密変形（間隙水が排出して体積が減少する）及びせん断変形（一般に、土は

せん断変形中にも体積の増減を伴い、この性質をダイレイタンシーと呼ぶ）が混在し、2次元的な挙動を呈して盛土側方へも変形するので、著しく複雑なものとなり、これまで盛土の沈下挙動を予測するには不明な点も多い。

このような盛土の沈下は、一般に、即時沈下圧密沈下及びクリープ沈下の和とし、慣用的な予測法では、載荷重により生じる即時沈下と地盤内応力分布は地盤を弾性体として求め、圧密沈下は、その応力分布に基づいて Terzaghi の圧密論（一次元線型弾性圧密論）から求めている。しかし、上記粘土地盤の変形解析では、これらを分離して考えることは適切でない。せん断変形による側方変形と多次元的な排水による圧密変形は同時に進行し、また、その挙動が決して線型的なものではないからである。このことは多くの現場計測からも裏付けられている。

以下に、上記の事柄を考慮した有限要素法による粘土地盤の圧密解析手法について述べる。

“圧密”と“せん断”による地盤変形を同時に考慮するためには、Biot³⁾の多次元圧密基礎式による圧密解析法を組立てなければならない。この基礎式は全応力の釣合い式と間隙水の連続式からなる連立偏微分方程式である。しかし、数学的な取扱いが容易でなく、工学上有用な境界条件のもとでの解析解がほとんど得られていない。したがって、多次元圧密解析は一般に数値計算にたよらざるを得ないので、ここでは有限要素法を用いている。基礎式の有限要素法への定式化は Herrmann⁴⁾や Christian⁵⁾の2相媒体の考え方に基づいて行い、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta F + Lu_{i,t} &= K \Delta U + Lu_{i,t+\Delta t} \\ -(1-\theta)C^T u_t &= L^T \Delta U + \theta C^T u_{t+\Delta t} \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

ここに、 ΔF 、 ΔU はそれぞれ等価節点力及び節

*松井 保 (Tamotsu, MATSUI), 大阪大学, 工学部, 土木工学科, 土質基礎工学研究室, 助教授, 工学博士, 土質力学

**阿部信晴 (Nobuharu ABE), 大阪大学, 工学部, 土木工学科, 土質基礎工学研究室, 学内講師, 工学修士, 土質力学

点変位の増分ベクトル； L 、 C はそれぞれ節点変位増分及び間隙水圧分布から体積変化量を求めるための変換ベクトル； K は要素剛性マトリックス； $u_{i,t}$ は要素 i の間隙水圧； u_i は要素 i とその周辺要素の間隙水圧ベクトル； θ は差分近似に関する定数である。式(1)が要素 i の満足すべき増分関係式であり、これを全要素について assemble することによって、全体剛性マトリックスが求められる。

一方、粘土の応力-ひずみ関係、すなわち構成関係式の評価が重要な問題となるが、弾性モデルの適用は既に述べたように妥当ではない。また、有限要素法を数値解析手法として採用しているの、非線型構成関係式の導入に対する障害はない。そこで、著者は降伏関数が次式で与えられる ひずみ硬化弾塑性モデルを提案した。

$$\left. \begin{aligned} f_a &= p' \left\{ \frac{M_a + (\alpha_a - 1)n}{M_a + (\alpha_a - 1)n_{ko}} \right\} \left(\frac{\alpha_a}{\alpha_a - 1} \right) = p'_y & (\text{主働状態}) \\ f_p &= p' \left\{ \frac{M_p + (1 - \alpha_p)n_{ko}}{M_p + (1 - \alpha_p)n} \right\} \left(\frac{\alpha_p}{1 - \alpha_p} \right) = p'_y & (\text{受働状態}) \end{aligned} \right\} (2)$$

ここに、 p' は平均有効主応力； M_a 、 M_p はそれぞれ主働及び受働応力状態の Critical state での応力比； α_a 、 α_p はそれぞれ主働及び受働応力状態においてダイレイタンシー特性から決定される係数； η は応力比 ($=q/p'$ ，ここに q は一般せん断応力)； η_{ko} は ko 状態における応力比； p'_y はひずみ硬化パラメーターである。このモデルによれば、正規 ko 圧密粘土のダイレイタンシー特性、ひずみ硬化性、応力経路依存性などがかなり良好に表現できる。

局部荷重を受ける粘土地盤の挙動

帯状盛土により局部荷重された粘土地盤の上記解析法による解析結果と現場実測結果からその挙動を比較検討してみると、かなり現実的な変形解析が行えるようであり、特に、従来の弾性圧密解析では説明しきれなかった粘土地盤特有のいくつかの挙動傾向が明確に説明できるようになった。

以下では、厚さ10mの粘土地盤上に、載荷幅20mの帯状盛土（単位体積重量 1.75 tf/m^3 ）が

0.2m/日の載荷速度で盛土高1mまで施工される場合の解析結果を示し、多次元圧密における地盤内の応力状態の推移を明らかにする。

図-1は地盤内要素の全応力経路（TSP）と有効応力経路（ESP）を示している。図中には、各土要素の位置が示されており、また、数字及び矢印はそれぞれ載荷開始後の経過時間（日）及び載荷の終了時点を示している。図-1

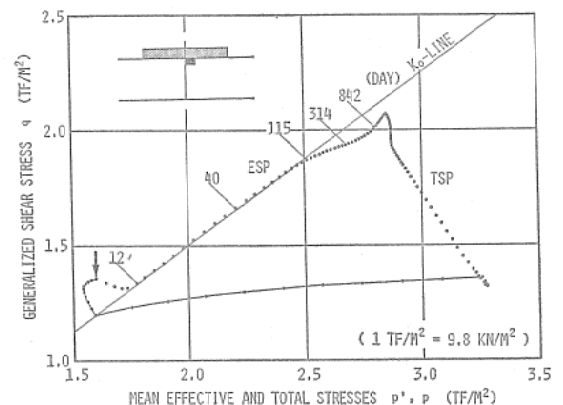


図-1 (a)

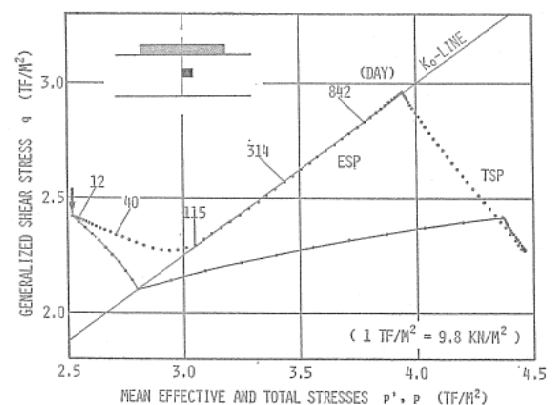


図-1 (b)

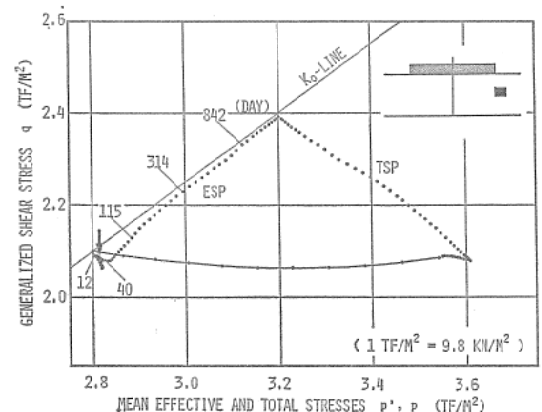


図-1 (c)

局部荷重を受ける粘土地盤の応力経路

(a)は盛土のほぼ中央部で地表付近に位置する要素の応力経路である。有効応力経路の挙動から、地表付近では載荷時にも排水効果が著しく、有効応力点が ko 線から大きく離れないことが分る。また、圧密終期には有効応力点が ko 線の下方を動き、地表付近の要素が水平方向に圧縮されることを示している。これに対し、さらに深い位置での土要素は、図-1(b)に示されるように、載荷時には非排水的な挙動を呈し、その後有効応力点がほぼ ko 線上を移動し、一次元的な圧密変形が生じることが分かる。一方、盛土端部付近に位置する土要素ではせん断変形が卓越するので、図-1(c)に示すように、圧密初期の有効応力経路は著しく複雑な挙動を示す。これは、主に多次元圧密においては間隙水圧の発生がせん断変形にも依存していることに起因している。

軟弱な粘土地盤では、通常、サンドドレーン工法などにより圧密を促進する地盤改良が実施されたり、盛土の段階施工が採用される。このような場合、圧密による地盤の強度増加挙動を予測することは工学的に重要な意義がある。本弾塑性圧密解析法では、粘土の構成式としてひずみ硬化モデルを用いているので、圧密による強度増加挙動とその地盤内分布を求めることができる。図-2は強度増加のインデックスとなるひずみ硬化パラメーター p'_y の経時変化を示している。図中には、従来、地盤の強度増加を推定するために用いられている沈下による圧密

度 U も示されている。この圧密度 U は、地盤内各要素の圧密による強度増加傾向とは明らかに異なっていることが分かる。さらに、地盤厚のほぼ中央の深さに位置する要素においても、強度増加傾向は圧密度 U よりかなり遅れている。以上の結果より、圧密度 U を地盤全体の強度増加挙動を表現するものと考えすることは妥当でないことは明らかである。

むすび

本文では、弾塑性モデルを用いた多次元圧密解析法とその地盤変形解析への適用例を示したが、相当信頼性のある成果が得られつつある。本解析では、軟弱粘土のレオロジカルな性質に基づくクリープ変形は考慮されていない。この点の考慮は、土の汎用的な構成式の確立に欠くことのできないものである。現在、弾一粘塑性モデルによるクリープ変形をも考慮した多次元圧密解析の研究を進めているが、これらの成果を総合して土質力学の体系を整えて行くつもりである。

参考文献

- 1) 松井保 (1980): 土のせん断機構の物性論的研究, 生産と技術, Vol. 32, No. 1, p p. 51—53.
- 2) Matsui T. and Abe N. (1981): "Multi-dimensional elasto plastic consolidation analysis by finite element method", Soils and Foundations, Vol. 21, No. 1, p p. 79—95.
- 3) Biot M. A. (1941): "General theory of three-dimensional consolidation", J. Appl. phys., Vol. 12, p p. 155—164.
- 4) Herrmann L. R. (1965): "Elasticity equations for incompressible and nearly incompressible materials by a variational theorem", AIAA J., Vol. 3, p p. 1896—1900.
- 5) Christian J. T. (1968): "Undrained stress distribution by finite elements", J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, Vol. 94, No. SM 6, p p. 1333—1345.

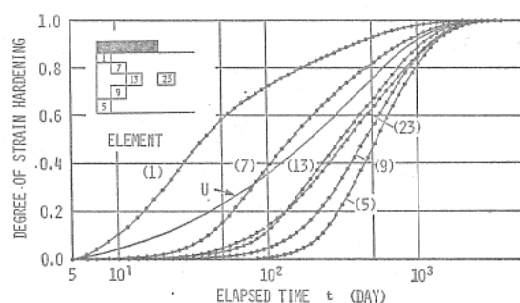


図2 局部載荷を受ける粘土地盤の強度増加挙動