非線形数理講座の紹介

研究室紹介

八　木　厚　志*

Laboratory on Nonlinear Analysis and Simulation

Key Words：Nonlinear Analysis, Simulation

1．はじめに

我々の研究室、情報科学研究科情報数理学専攻非線形数理講座を簡単に紹介させていただきます。本講座は、平成14年4月情報科学研究科の発足と同時に、工学研究科応用物理学専攻の一部を改組・再編して創設されました。初期のスタッフは、魚崎勝司教授、山本吉孝助教授、畠中利治助手でした。その後、魚崎教授が定年退職されたのを受けて、筆者が後任として平成20年11月に応用物理学専攻から配置換えとなりました。現在のスタッフは、教授・八木厚志、准教授・山本吉孝、助教・畠中利治の3名です。本講座は一貫して非線形現象の数理的なモデル化、解析、そして応用を目指した研究を行っています。以下、教育・研究の概要を紹介させていただきます。

2．教育・研究紹介

ⅰ．自己組織化現象の数理～科学と応用～（八木厚志）

非線形現象の代表として物の流れのメカニズムが古くから研究の対象とされてきました。そんな中で流体現象の一例として、容器に液体を入れ底面を熱すると表面との温度差から熱対流が生じ、適当な温度差のもとにベナール対流とかベナールセルと呼ばれる規則的な流れ構造が生み出されることが発見され注目を集めました。このような現象、即ち局所的な規則から大域的な構造が自発的に形成される現象は、その後、自己組織化と呼ばれるようになり実世界の様々な現象を横断的に研究する新たな観点を与えることになりました。自己組織化の科学はブリゴジーヌやハーケン等により創始されましたが、彼等の議論は物理学的な直観による部分が大きくその数学的な構造は十分には明らかになっていません。

筆者は、多様な非線形拡散方程式を関数解析学を使って統一的かつ簡便に解くための方法の開発に従事してきました。最近は、形態学の活性・抑制因子モデル、生態学の走化性モデル、森林の動態モデルなどに開発手法を適用してモデルに特有な力学系の数学構造および個々の解のプロフィールを明らかにする研究を行っています（文献[1,2,3]、図1）。このような研究が進展すれば、将来には、現象の観察データからモデル内のパラメータが同定でき数理的に現象の診断や将来予測が可能になることが期待されます。

図1　数理モデルから再現された走化性生物の集合パターン

ⅱ．輸送現象に現れる構造形成（山本吉孝）

物質とエネルギーの流れの直中にあって我々は巧

*Atsushi YAGI

1951年2月生
大阪大学大学院理学研究科数学専攻博士後期課程単位取得退学（1978年）
現在、大阪大学大学院　情報科学研究科情報数理学専攻　教授　理博　応用解析学
TEL：06-6879-7864
FAX：06-6879-7844
E-mail：atsushi-yagi@ist.osaka-u.ac.jp

みに流れを操って快適な生活を築き上げてきました。一方で、流れがあたかも自らを操るごとく振る舞い、時として、全くの静穏ないし混沌の内から目を見張る時空構造を出現させるさまに驚きを禁じえないのも事実です。物質とエネルギーの流れは、特殊な事情がなければ、どの時空点でも同じ法則に支配されると考えられます。この考えに沿って我々は部分を全体から切り離し、物理学の基本則を適用して数々の流れの支配則を導き出してきました。しかしながら、静穏にしろ混沌にしろ、顕著な構造が見あたらない流れを部分に切り分けて個別に論じたところが、このような流れから特徴ある構造が出現する機構を理解することは困難でしょう。

局所的な視点に並び立つものとして、部分の支配則が絡み合って境界条件等の付加条件も併せて成す流れ全体の支配則の形式に重きをおく大域的な視点があります。変分法はこのような見方のひとつです。山本は、流れが取り得る状態全体を関数空間で、流れの支配則を関数空間に働く作用素を用いた形式で、それぞれ表現し、流れの支配則を関数方程式として定式化し、関数解析をはじめとする様々な数学解析の技術を使って解を構成し、その挙動を研究しています。最近、特に関心を寄せているのは、自己重力の効果を取り入れた気体の流れです（文献 [4,5]、図２）。

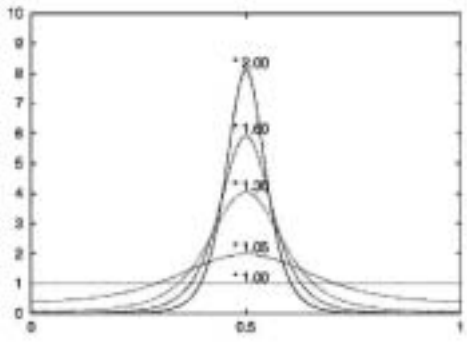

図２　平衡状態からの分岐で現れる非均質平衡状態の密度分布

iii．パレートアンサンブル学習（畠中利治）

ニューラルネットワークなどの機械学習の問題では、モデルを複雑にすると過学習を引き起こす一方で、単純なモデルでは精度が低くなるというジレンマが一般に存在します。このため、学習モデルのモデル構造を適切に定めることは機械学習における重要な研究課題です。

この問題に対して畠中等は、多目的進化計算を用いてモデルの集合を求め、集合に基づいて学習モデルを構成するアプローチの研究を行い、これまでに、入力に局所的に応答するユニットからなる RBF(Radial Basis Function) ネットワークの構造決定と結合荷重の学習をモデルの複雑さと学習の精度に関する多目的最適化問題として定式化し、パレート解集合としての RBF ネットワークを進化計算を用いて求める学習法を提案しました（文献 [6]、図３）。また、進化計算により得られる解集合からアンサンブルを構成する学習法（パレートアンサンブル）を提案し、パターン分類問題へ適用し、その有用性を示しました（文献 [7]）。進化計算を用いたアンサンブル学習や多目的機械学習に関する研究は比較的新しい研究分野です。得られた集合からのアンサンブルを構成し分類精度の向上をはかるだけでなく、適応的にアンサンブルメンバーを入れ替えていくことが可能であり、動的に変化する環境への応用が期待でき、今後はロボットへの実装などもはかっていきたいと考えています。

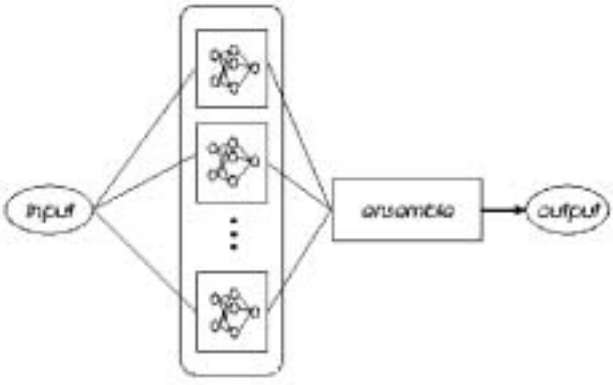

図３　RBF ネットワークのアンサンブル

３．文献

[1] 八木厚志、指数アトラクタ、数学 61、岩波書店、2009、pp. 187-208。
[2] A. Yagi, Abstract Parabolic Evolution Equations and their Applications, Springer, 2009.
[3] 八木厚志、抽象放物型発展方程式とその応用、岩波書店、近刊。
[4] 山本吉孝、気体の一次元流モデル方程式に対するジーンズ不安定性、「これからの非線型偏微分方程式」日本評論社、2007、pp.106-132.

[5] Y. Iwata and Y. Yamamoto, A model for the Jeans instability in one-dimensional motion of compressible viscous gases, Funkcial. Ekvac. 48 (2005), 415-451

[6] T. Hatanaka, N. Kondo and K. Uosaki, Multi objective structure selection for RBF networks and its application to nonlinear system identification, in“ Multi- Objective Machine Learning ”ed. Y. Jin, Springer, 2006, pp.491-506.

[7] N. Kondo, T. Hatanaka and K. Uosaki, RBF networks ensemble construction based on evolutionary multi-objective optimization, J. Adv. Compu. Intelligence Intelligent Informatics 12(2008), 297-303.