

電磁ノイズ削減へ向けた挑戦



技術解説

阿部 真之*, 土岐 博**

A Challenge for reducing electromagnetic noise

Key Words : electromagnetic noise, common mode, normal mode, transmission line

1 はじめに

我々の身の回りでは、様々な機器による電磁ノイズが日常生活の随所で発生しており、それが非常に厄介なことになる場合が多々ある。電磁ノイズによる装置の誤動作をさけるために様々な規制（例えば、医用電気機器のEMC規制IEC 60601-1-2）が存在する。電磁ノイズの低減は社会基盤における課題である一方、電磁ノイズを説明する理論はこれまでなかったと言ってよい。電磁ノイズといえば、多くの方が以下のようなことを思っているだろう。

- 電磁ノイズがあるのは分かっているがその原因は全然分かっていない（問題がないのが問題）
- 電磁ノイズは電気信号であるにもかかわらず現在の理論では記述出来ない
- 電磁ノイズとは一体何なのか？何が問題なのか？そもそも削減することが出来るのか？



* Masayuki ABE

大阪大学大学院工学研究科電子工学専攻
(1999年)
現在、大阪大学 大学院基礎工学研究科
教授 博士(工学)
走査型プローブ顕微鏡
TEL: 06-6850-6674
FAX: 06-6850-6674
E-mail: abe@stec.es.osaka-u.ac.jp



** Hiroshi TOKI

1946年12月生
大阪大学大学院 理学部 物理学科 博士課程 (1974年)
現在、大阪大学 産学連携本部
名誉教授 理学博士
原子核物理理論研究
TEL: 06-6879-8941
FAX: 06-6879-8899
E-mail: toki@rcnp.osaka-u.ac.jp

そのようなノイズが充満している環境で電磁ノイズの原因を探ることは非常に難しい。そもそも電磁ノイズは光速で伝わるのでナノ秒の時間スケールで信号をとらえる必要がある。これまで、多くの場合において、飛来してくる電磁ノイズは電磁シールドを行うことで対症的に低減できることが知られており、上述したとおり、各分野の「職人」が経験的に対症療法を行っている。一方、加速器物理やオーディオの世界では、電磁ノイズを低減する電源線や信号線の幾何学的構造が経験的にわかっており、それらは驚くべきことに、全て3本線の対称性がポイントであった。しかしながら、なぜ電磁ノイズの影響が少なくなるかを理論的に説明することはされてこなかった。実際、電磁ノイズを電磁気学を用いて説明しようとする教科書は非常に多いが、都合よくキャパシタやインダクタが顔を出す場合がある。そもそも $c = 1/\sqrt{LC}$ (c は光速、 L はインダクタ、 C はキャパシタ) の関係があるので、キャパシタがあるところにはインダクタが存在するので、両方を同時に考えていく必要がある。挙句の果てには「最後は経験で解決すべし」という記述で終わる場合がほとんどである。

本研究では、電磁気学的な現象であると認識されながら、科学的なアプローチがほとんどされてこなかった電磁ノイズの対処方法を、マクスウェル理論に基づいた新しい伝送理論と計算手法、実験によって明らかにすることを目的にしている。本稿では我々のアプローチと現在得られている結果について解説する。

2. 電磁ノイズに対するアプローチ

我々は、電磁ノイズもマクスウェル方程式に従うという考えのもと、下記の観点から電磁ノイズへの

アプローチを行っている。

- 基準点の見直しと電位係数の導入
- 環境を含めた回路の見直し
- コモンモードの定式化
- 回路の幾何学的対称性

以下、それぞれについて簡単に説明する

基準点の見直しと電位係数の導入

本稿の著者の一人である土岐は、マクスウェル方程式から電信方程式と電磁場の輻射を同時に記述する方程式を導き出した [1]。電信方程式はヘビサイドが提案した経験則に基づく方程式であった。これまでマクスウェル方程式から導き出された電場と磁場の波動方程式からのアナロジーで電信方程式を議論する場合はあったが、近年になって初めて電磁場の輻射も含めた理論を完成させた。本稿では理論の詳細は述べないが、この方程式を導き出すことに成功したポイントは2つある。

1つめのポイントは、基準点（グラウンド）を見直したことである。通常、回路において電圧を議論するとき、回路内のどこかに基準点を取り、そこからの電位差（節点電圧）を考える場合と、回路内の素子間の電位差（素子電圧）を議論する場合がある。一方、回路と深い関わりがある電磁気学では無限遠を基準と考える。ポテンシャルの基準の取り方は任意なので、回路理論では節点電圧の変数を1つ減らすという意味で（無限遠でない）回路内に基準点をとることが多い。それが、回路理論における既約接続行列に対応している。もちろん、回路理論でも無限遠に基準点を取り、無限遠とある節点に無限大の抵抗が繋がっていると考えれば変数が1つ増えるだけで回路理論を構築することが可能である。この場合は既約でない接続行列を使えば良い。我々のアプローチは、電磁気学に基づき回路内にポテンシャルの基準を考えない。つまり、通常の回路理論のアプローチとは異なり変数を1つ増やしている。これは、回路内のある1つの節点電位（グラウンド）を特別扱いせずに、ある意味平等に取り扱っている。変数が1つ増えることで方程式を解くのが大変になるのかもしれないが、基準点を回路内に設けることは、計算をする上で全ての電位を対等に扱っていないため、非対称であり、かえってノイズ現象の問題を解くこ

とを難しくしている。

2つめのポイントは静電容量（キャパシタンス） C でなく電位係数 $P (=1/C)$ を採用したことにある。回路内の素子 k ($=1, 2, \dots, n$) が静電容量 C_k のキャパシタ（コンデンサ）であり、そこに蓄えられている電荷 Q_k と素子電圧 V_k との関係は $Q_k = C_k V_k$ であることは御存知の通りである。しかし、我々は素子電圧でなく、節点電位を使って電磁気学的なアプローチを用いて電位係数を取り入れている。グラウンドを含む複数の節点がある場合、電位係数は行列となる。節点電位 U_k と電荷 Q_k 、電位係数行列 P の関係は以下のように行列で表される。

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}}_P \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

行列要素は小文字 p_{kl} で表している。電位係数の逆行列 (C) をとると、以下の様な式が得られる。

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

この式は、通常のキャパシタの電圧と電荷の関係に近くなるが、電荷と節点電位との関係なので、それぞれの行列成分はいわゆるキャパシタとは少し異なる。ここで、行列要素 c_{kl} のうち対角成分 ($k=l$) を容量係数、非対角成分 ($k \neq l$) を誘導係数という。通常の回路で使うキャパシタンスにするには、式を変形し、節点間の電位で表す必要がある。

$$Q_1 = C_{11}U_1 + C_{12}(U_1 - U_2) + \cdots + C_{1n}(U_1 - U_n) \quad (3)$$

$$Q_2 = C_{21}(U_2 - U_1) + C_{22}U_2 + \cdots + C_{2n}(U_2 - U_n) \quad (4)$$

$\vdots$

$$Q_n = C_{n1}(U_n - U_1) + C_{n2}(U_n - U_2) + \cdots + C_{nn}U_n \quad (5)$$

ただし、 $C_k = c_{k1} + c_{k2} + \cdots + c_{kn}$ 、 $C_{kl} (k \neq l) = -c_{kl}$ である。このように、静電容量は1つの素子間の相

対的な電荷量を表すには直感的であるが、複数の節点電位で考えるときには、常に電位差で考える必要があり、かえって問題が複雑になっていた。これが新しい電信方程式を導くときの壁であった。電位係数を導入した場合、 $U_k = \dots$ のように電圧を左辺におくことができる。これは、インダクタの場合と同じであり、これによって以下に示すアンテナ効果を含めた電信方程式を導き出すことができた。

$$\frac{\partial V_k(x, t)}{\partial x} = - \sum_l \ell_{kl} \frac{\partial I_l(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\mu}{4\pi} \int dx' \frac{I_t(x', t - |x - x'|/c) - I_t(x, t)}{|x - x'|} \quad (6)$$

$$\frac{\partial V_k(x, t)}{\partial t} = - \sum_l p_{kl} \frac{\partial I_l(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{4\pi\epsilon} \int dx' \frac{Q_t(x', t - |x - x'|/c) - Q_t(x, t)}{|x - x'|} \quad (7)$$

ここで、 $Q_t(x, t) = \sum Q_k(x, t)$ 、 $I_t(x, t) = \sum I_k(x, t)$ である。式 (6) および (7) において、左辺と右辺第1項が従来の電信方程式であり、右辺第2項がアンテナ項である。

環境を含めた回路の見直し

回路の信号線を分布定数として扱う場合、図1(a)のように、グラウンドに対して信号線の状態だけが議論される。このとき、グラウンドはいわゆるベタアースを想定しており、負荷 R_L からグラウンドに流れ出した電流は考慮されない。しかしながら、グラウンドに流れでた電流は電源に戻っていくため、電流と電位に場所と時間の依存性があるはずである。グラウンド側も分布定数として捉え、基準点は1点として考えることがより厳密である。そこで、1(b)のように、電源 E_0 のマイナス側をグラウンドとし、負荷から電流が戻ってくる線も分布定数として考えるべきである。実際にそのような計算は可能であり、大学の伝送工学の講義でも教えられているはずである。また、計算機シミュレーションである SPICE でもそのようなモジュールがある。信号のみを考える場合は図

1(a) もしくは図1(b) のケースで良いが、我々の電磁ノイズ研究におけるアプローチはさらにこの考えを発展させている。回路（内部の電荷）は環境（例えば回路ケース）との相互作用があり、環境との影響があって当然であるという考えである。そこで、環境との相互作用を考えるために、図1(c) に示すようにモデルとして3本目の分布定数線を加えている。

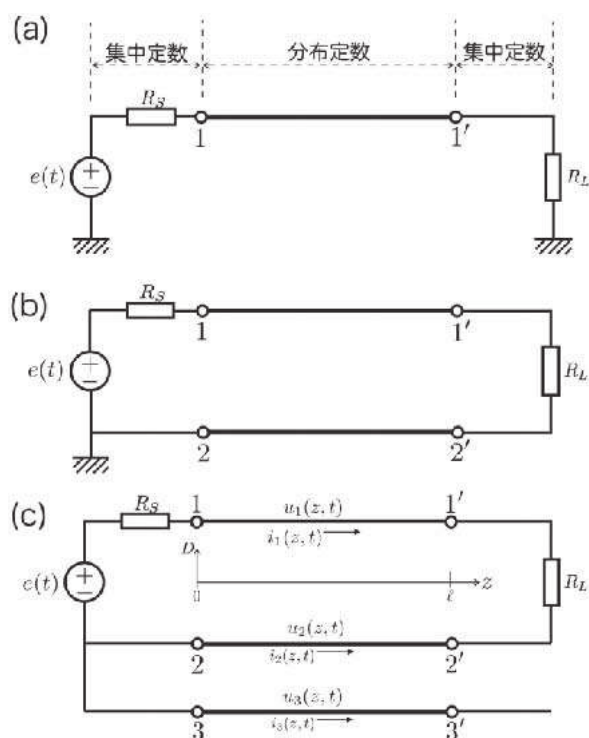


図1(a) 通常の伝送理論で教えられる回路図。グラウンドがベタアースを想定していることが多いので、グラウンド部分は集中定数的と考えられることが多い。
(b) 信号が戻ってくる部分も分布定数としてとらえている図。
(c) 環境（例えば回路ケース）を考慮し3本目を加えた場合の回路図。通常は電気信号を担う電子は環境とも相互作用しているので、我々の研究ではこの回路図を用いている。

コモンモードの定式化

コモンモードは回路内の2本線を通る同位相の信号としてとらえられており、その中でもコモンモードノイズは、コモンモードの信号がノーマルモードに変換された不要な信号であると一般的に説明されている。一方、コモンモードを数式で定式化した例はなく、多くの場合直感的な議論がなされてきた。そこで、差のモードであるノーマルモードとコモン

モードを定式化し、コモンモードを捉えることを可能にした。具体的には、3本線の場合、ノーマルモード電圧 v_n と電流 i_n はそれぞれ以下の式で表される。

$$v_n(z, t) = u_1(z, t) - u_2(z, t) \quad (8)$$

$$i_n(z, t) = \frac{1}{2}(i_1(z, t) - i_2(z, t)) \quad (9)$$

これは通常測定される電圧と電流である。次に、コモンモードを以下の式で表す。

$$v_c(z, t) = u_{12}(z, t) - u_3(z, t) \quad (10)$$

$$i_c(z, t) = \frac{1}{2}(i_{12}(z, t) - i_3(z, t)) \quad (11)$$

ここで、 $u_{12}(z, t) = \frac{1}{2}(u_1(z, t) + u_2(z, t))$ 、 $i_{12}(z, t) = i_1(z, t) + i_2(z, t)$ としている。この式の意味しているところは、コモンモード電圧と電流は、1-1'線と2-2'線を一つの系(コモン)とみなし、3-3'線の電位 $u_3(z, t)$ と電流 $i_3(z, t)$ との差を見ているということである。言い換えれば、コモンモードは和のモードと言っても良い。このように、コモンモードとノーマルモードを一般論に矛盾なく定義することで、コモンモードとノーマルモードの電信方程式を導き出すことができる。

$$\frac{\partial v_n(z, t)}{\partial t} = -p_n \frac{\partial i_n(z, t)}{\partial z} - p_{nc} \frac{\partial i_c(z, t)}{\partial z} \quad (12)$$

$$\frac{\partial v_c(z, t)}{\partial t} = -p_{cn} \frac{\partial i_n(z, t)}{\partial z} - p_c \frac{\partial i_c(z, t)}{\partial z} \quad (13)$$

$$\frac{\partial v_n(z, t)}{\partial z} = -\ell_n \frac{\partial i_n(z, t)}{\partial t} - \ell_{nc} \frac{\partial i_c(z, t)}{\partial t} \quad (14)$$

$$\frac{\partial v_c(z, t)}{\partial z} = -\ell_{cn} \frac{\partial i_n(z, t)}{\partial t} - \ell_c \frac{\partial i_c(z, t)}{\partial t} \quad (15)$$

ただし、ここでは簡単のため、アンテナ項による寄与は省略している。ここでのポイントは $p_{nc} (= p_{cn} = \frac{1}{2}(p_{11} - p_{22}) - p_{13} + p_{23})$ と $\ell_{nc} (= \ell_{cn} = \frac{1}{2}(\ell_{11} - \ell_{22}) - \ell_{13} + \ell_{23})$ の存在である。これらの値がゼロでなければ、ノーマルモードとコモンモードの間で信号の共鳴が発生し、その結果、ノーマルモードには、いわゆるコモンモードノイズが発生する。

回路の幾何学的対称性

コモンモードとノーマルモードの共鳴をなくすに

は p_{nc} と ℓ_{nc} をゼロにしなければならない。その方法の一つとして、回路を幾何学的対称性にする方法がある [2]。具体的には、正負2つの電圧源を用いて負荷を駆動する。基準点とつなげている線を正負の信号線の中心配置する構造にし、受動素子も正負でまったく同じにする。そうすることで、これらの3本の線で強くカップルし、外界からのカップリングを少なくすることが可能となる。実際、加速器で用いる電源ではそのような構造にし、ノイズの低減に成功している。

3. 伝送線におけるコモンモードの振る舞い

図1(c)に示すような環境を配慮したモデルを用いて、シミュレーションを行うと、ノイズに関して新しい知見が得られた。電磁ノイズは、従来、外部から飛来してくるものと思いがちだが、それ以外に信号自身も配線方法によってコモンモードノイズになることがわかってきた。具体的には、図1(c)の回路において、電源側からパルス信号を送るシミュレーションを行った。伝送線でのマッチングをとっており、不要な反射はない条件としている。負荷 R_L の素子電圧 $u_1(\ell, t) - u_2(\ell, t) (= v_n(\ell, t))$ を計算すると、本来は送ったパルス波形だけが生じるはずであるが、図2(a)に示すような周期的に減衰する波形が得られた。この波形の幅は電源から送ったパルス幅と同じであった。そこで R_L におけるコモンモード電圧 (v_c) を見ると図2(b)のようになり、減衰する周期信号の波形は同じものが得られていることがわかった。3-3'の線の位置を移動していきながら同様のシミュレーションを行っていくと、1-1'と2-2'の線の中心位置にあるときにこの周期的なノイズがなくなることがわかった。つまり、回路を従来の2本線でなく、回路ケースのような環境の効果も含めた3本線の状態では、コモンモードとノーマルモード間の共鳴が生じ、それがいわゆるコモンモードノイズの一つの側面であるということがわかった。

さらに、周期的に減衰していくノーマルモード電圧 $v_n(\ell, t)$ の最初に現れたコモンモードノイズのパルスの電圧値と、コモンモード電圧 $v_c(\ell, t)$ の最初の電圧値を、3-3'の位置 D を変えながら計算した。それらの結果を、それぞれ図3(a) および図3(b)に

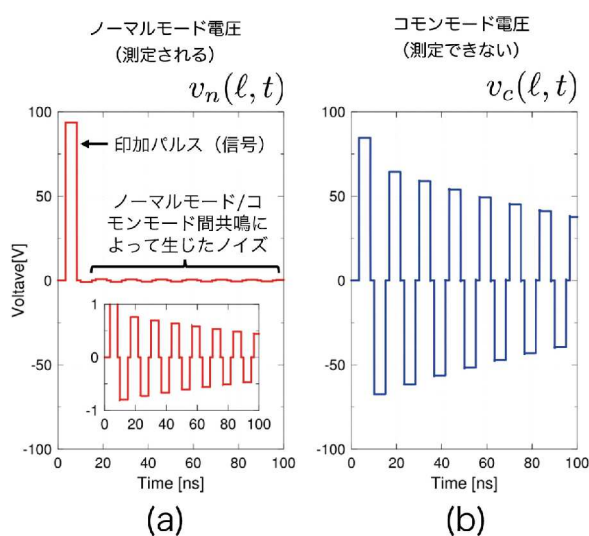


図2 図1(c)における回路で、パルス信号 (100V, 5ns) を $e(t)$ から出力したときの、負荷端 R_L での (a) ノーマルモード $u_n(\ell, t)$ と (b) コモンモード電圧 $u_c(\ell, t)$ 。(a) において、差し込み図は縦軸方向に拡大したものの。インピーダンス整合条件でシミュレーションを行っている。その他パラメタの詳細は論文 [3] に記載。

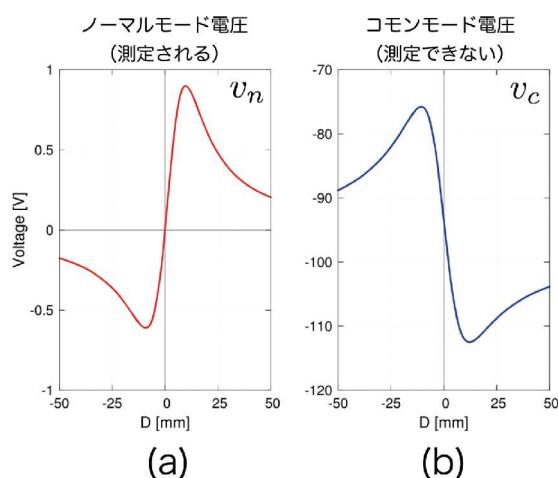


図3 3-3'の位置 D を変えた時のノーマルモードに生じるコモンモードノイズとコモンモード電圧。

示す。どちらも D によって値が変動しているのがわかり、 $v_n(\ell, t)$ のコモンモードノイズは $D=0$ つまり、3-3'の位置が1-1'と2-2'の中心位置である対称の位置でなくなることがわかる。図3(a)の結果より、コモンモードノイズがなくなるのは、 $D=0$ 以外にも $D=\pm\infty$ (つまり3-3'の線がない) にも存在することがわかるが、現実的にはそのような構成はなく、このコモンモードノイズがなくなるのは幾何学的に対称な位置の場合のみである。コモンモード電圧 $v_c(\ell, t)$ も同じような依存性を示すが、

$D=0$ のときであってもゼロになることはなかった。電圧源がユニポーラの場合は対称性が保てており、その結果、ノーマルモード-コモンモード共鳴がない状態であっても、コモンモード電圧が存在している。これは理想的には問題ないが、少しでも対称性の破れがあると、そこが起点となってコモンモード電圧がノーマルモードへ影響を及ぼす可能性がある。我々は、これが昨今の電池におけるトラブルの原因の一つではないかと考えている。コモンモード電圧をゼロにするには、電圧源をバイポーラにすればよい。ただ、電源を二つ準備することになり、既存の製品にこの理論を適用するには設計変更が必要となる場合がある。

我々が理論的に予測した信号そのものから誘起されるこの電磁ノイズのレベルは信号の 10^{-2} から 10^{-4} 程度であり、これまでは多くの電気・電子回路では考慮する必要がなかった。実はコモンモードの概念はマクスウェルの著書で述べられているのだが、彼はこの項を無視しても良いとも述べている [4]。マクスウェルの考えを基にしたヘビサイドによる現在の回路の考え方は完全な現象論であるが、理論と実験に矛盾はないといえる。しかし、近年の、医療機器用加速機の低ノイズ化の要請やセンサ・プリアンプの高ゲイン化では 10^{-6} から 10^{-8} レベルでの低ノイズ化が求められており、経験だけではもはや機器の低ノイズ化は成り立たなくなっている。その観点からも、電磁ノイズ発生メカニズムを理論的に紐解いた意義は大きいといえる。

4. おわりに

我々のグループでは、ごく最近、伝送理論およびアンテナ理論、回路理論を統合した回路・電磁界計算アルゴリズム (特許出願準備中、論文投稿中) を開発した [5]。このアルゴリズムは、集中定数回路 (常微分方程式) と分布定数回路 (偏微分方程式)、アンテナ理論 (積分方程式) を統合させた連立微分積分方程式を有限領域時間微分 (FDTD) 法で計算する。この手法の利点は、環境の効果を含ませることができるので、従来捉えられていないコモンモードノイズのシミュレーションが可能であること、および全ての電線のポテンシャルと電流を変数とし境界条件の導入が非常に簡単になっているところにあ

る。また、コモンモードとノーマルモードの共鳴によって不要なエネルギーの消費が発生し、それが熱エネルギーに変換されている可能性があることがわかってきた。このように電磁ノイズを解明するための準備が整いつつある。また、この問題を2次元、3次元と拡張し、民間企業にグループへ参画してもらい、協力しながら製品開発に積極的に本手法をとりいれていきたい。

回路および電磁界に関するシミュレーションの研究は多く存在し、製品化もされている。しかしながら、ほとんどのシミュレータが解を求めるために別のパラメータを初期条件として入力する必要がある。具体的には、電磁界を求めるには、予めSPICEなどの（集中定数回路）のシミュレーションから求めた電流値や電圧値を初期値として用いる。回路内のノイズをシミュレーションするには、予めモデル化しているノイズ源をシミュレータに代入することで行われている。つまり、ノイズの根源についてはこれまでのシミュレータは解くことができない。しかしながら、回路や伝送系は、内部で電子が相互作用をしており、その結果として電圧値や電流値、電磁

界が存在している。したがって、いくつかのソルバーを使った一方通行的なシミュレーションは、回路を物理系としてとらえた場合、原理的に正しくない。その他にもノイズや輻射（アンテナ現象を含む）を記述するために存在し得ないパラメータ（放射抵抗や電流パラメータ）などが常套手段として「当たり前のように」利用されている。そのような対症療法的・経験的なアプローチでは電磁ノイズを根本的に解決することはできないと考えている。

参考文献

- [1] H. Toki and K. Sato, Journal of the Physical Society of Japan **81**, 014201 (2012).
- [2] K. Sato and H. Toki, Nuclear Instruments and Methods **565**, 351 (2006).
- [3] S. Kitora, M. Abe, and H. Toki, AIP Advances **4**, 117119 (2014).
- [4] J. C. Maxwell, *A treatise on electricity & magnetism Vol.1* (Dover, NY, 1954).
- [5] H. Toki and M. Abe, to be submitted.

