

電磁ノイズ現象解明に向けた数値計算手法に関する研究



研究ノート

阿部 真之*

Study on numerical calculation method for reduction of
electromagnetic noise phenomenon

Key Words : electromagnetic noise, common mode, normal mode, transmission line

1 はじめに

電磁ノイズは現代の社会に様々な問題を引き起こしている。開発の現場では EMC 規格の基準値を超えることで基板を再設計する必要があるため、製品開発の期間延長やコスト増大の原因となる。EMC 規格を満たしたとしても新たな問題が発生する。例えば、LED 照明からの電磁放射が通信障害を起こすなど、我々の日常生活にも被害が報告されている。そもそも、電磁気学的な観点からは「電磁ノイズ＝余分なエネルギー」であり、低炭素社会実現には電磁ノイズ対策は必須である。

我々のグループでは、電磁気学と回路理論の枠組をこえることなく、回路内に発生する電磁ノイズ現象の発生メカニズムを解明する研究を行っている。

本稿では我々の最近の成果を紹介する。本研究で開発した手法は複雑なため、本稿では研究の概要のみを解説し、興味を持っていただければ論文で詳細な内容を確認いただきたい。

2 電磁ノイズに対する我々のアプローチ

2.1 電磁ノイズ解析で用いる基本方程式

本研究では、信号や電磁ノイズは導体内の電荷やその流れ（電流密度）に起因しており、その伝搬はマクスウェル方程式に従っているという考え方のもと、下記の観点を考慮した電磁ノイズ現象解明へ向けたアプローチを行っている [1]。マクスウェル方程式からポテンシャル U とベクトルポテンシャル A を導きだすと、以下の 2 式が得られる。

$$U(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{q \left(x', y', z', t - \frac{\sqrt{(x'-x)^2 + (y'-y)^2 + (z'-z)^2}}{v} \right)}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y'-y)^2 + (z'-z)^2}} dx' dy' dz' \quad (1)$$

$$A(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{j \left(x', y', z', t - \frac{\sqrt{(x'-x)^2 + (y'-y)^2 + (z'-z)^2}}{v} \right)}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y'-y)^2 + (z'-z)^2}} dx' dy' dz' \quad (2)$$

ここで q は導体内の電荷、 j は電流密度になる、これらの間には連続の式が成立している。

$$\frac{\partial q(x, y, z, t)}{\partial t} + \nabla \cdot j(x, y, z, t) = 0 \quad (3)$$

さらに、導体内にはオームの法則が成り立つと仮定する。

$$-\nabla U(x, y, z, t) - \frac{\partial A(x, y, z, t)}{\partial t} = \rho j(x, y, z, t) \quad (4)$$

式 (1)～(4) が導体内における解くべき方程式で、 U および A 、 q 、 j を連立させる。これらの値がわ



*Masayuki ABE

大阪大学大学院工学研究科電子工学専攻
(1999年)
現在、大阪大学 大学院基礎工学研究科
教授 博士(工学)
専門／走査型プローブ顕微鏡
TEL : 06-6850-6674
FAX : 06-6850-6674
E-mail : abe@stec.es.osaka-u.ac.jp

かれば、回路外に生じる電磁波の振る舞いも数値計算で解くことが可能となる。これらの方程式において、導体に任意の集中定数回路を接続し境界条件としてあたえることで、集中定数回路と分布定数回路、電磁場放出（アンテナ）の問題を解くことが可能となる。ちなみに、上記の方程式からいくつかの近似と仮定を導入することで、大学の電気系において学ぶ電信方程式を導くこともできる（そもそも電信方程式はヘビサイドが提案した経験則に基づく方程式であるが、マクスウェル方程式からも求めることができる。マクスウェル方程式から導き出された電場と磁場の波动方程式からのアナロジーで電信方程式を議論する場合をたまに見かけることがあるが、これは正しいとは言えない。）。

上記の方程式を用いた数値計算を行うだけでなく、これまでの電気回路や伝送線路の概念を見直すことで、電磁ノイズ発生のメカニズムに迫っている。具体的な項目を以下にあげる。

1. 基準点の見直しと電位係数の導入
2. 環境を含めた回路の見直し
3. コモンモードの定式化
4. 集中定数回路と金属導体（伝送線路）の接続
5. 信号伝播の遅延による回路系への効果

以下、それについて簡単に説明する

2.2 基準点の見直しと電位係数の導入

通常、回路において電圧を議論するとき、回路内のどこかに基準点をとり、そこからの電位差（節点電圧）を考える場合と、回路内の素子間の電位差（素子電圧）を議論する場合がある。回路と深い関わりがある電磁気学では、ポテンシャルの基準点の取り方は任意なので、一般的には無限遠を基準と考えることが多い。一方、集中定数回路を取り扱う回路理論では節点電圧の変数を1つ減らすという意味で（無限遠ではない）回路内に基準点をとる。それが、回路理論における既約接続行列に対応している。もちろん、回路理論でも無限遠に基準をとり、無限遠とある節点に無限大の抵抗が繋がっていると考えれば変数が1つ増えるだけで回路理論を構築することが可能である。この場合は既約でない接続行列を使えば良いが、一次独立ではなくなるため集中定数回

路の問題を解くには、既約接続行列で考えるしかない。我々のアプローチでは、電磁気学に基づき回路内にポテンシャルの基準を考えない。つまり、通常の回路理論のアプローチとは異なり変数を1つ増やしている。これは、回路内のある1つの節点電位（グランド）を特別扱いせずに、ある意味平等に取り扱っている。変数が1つ増えることで方程式を解くのが大変になるのかもしれないが、基準点を回路内に設けることは、計算をする上で全ての電位を対等に扱っていないため、非対称であり、かえってノイズ現象の問題を解くことを難しくしていることがわかつってきた。

また、伝送線路を記述するときに静電容量（キャパシタンス、通常は C で表現される）でなく電位係数 $P = 1/C$ を採用し、素子電圧でなく節点電位を使って電磁気学的なアプローチを用いているところにある [1]。静電容量は1つの素子間の相対的な電荷量を表すには直感的であるが、複数の節点電位で考えるときには、常に電位差で考える必要があるため、かえって問題が複雑になる。これが電磁ノイズ現象を電信方程式で考えるときの壁であった。電位係数を導入することで、後述する電磁場放出（アンテナ効果）を含めた回路の数値計算が可能となった。

2.3 環境を含めた回路の見直し

回路の信号線を分布定数として扱う場合、図1(a)のように、グランドに対して信号線の状態だけが議論される。このとき、グランドはいわゆる平面グランド（ベタアース）を想定しており、負荷 R_L からグランドに流れ出た電流は考慮されない。実際には、有限空間である平面グランドに存在する電流は電源に戻っていくため、電流と電位に場所と時間の依存性がある。グランド側も分布定数として捉え、（回路内での）基準点は1点として考えることがより厳密である。そこで、図1(b)のように、電源 $e(t)$ のマイナス側をグランドとし、負荷から電流が戻ってくる線も分布定数として考えるべきである。実際にそのような計算は可能であり、大学の伝送工学の講義でも教えられているはずである。回路（内部の電荷）は環境（例えば回路ケース）と相互作用しており、環境からの影響があって当然であるという考え方である。そこで、環境との相互作用を考えるために、図1(c)に示すようにモデルとして3本目の分布定数線

を加えている。この環境線が電磁ノイズ低減に重要な役割をしていることは経験的に知られている。

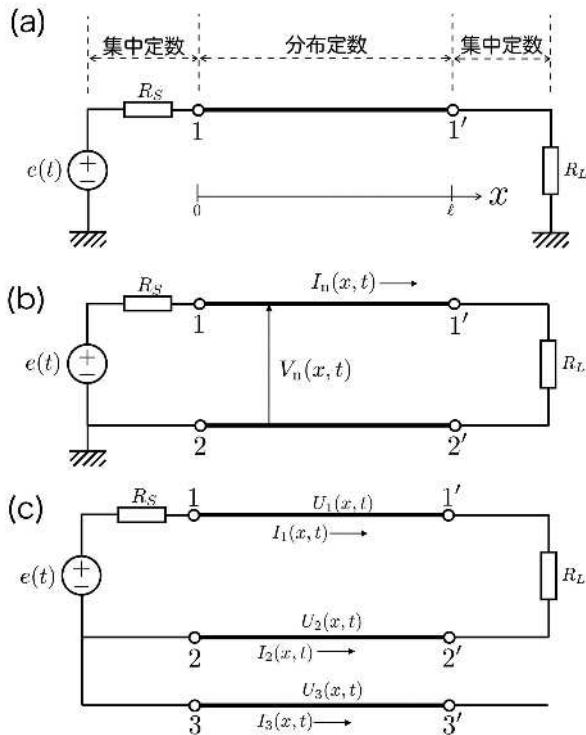


図 1 (a) 通常の伝送理論で教えられる回路図。平面グランド(ベタアース)を想定していることが多いので、グランド部分は集中定数的に考えられることが多い。(b) 信号が戻ってくる部分も分布定数としてとらえている図。(c) 環境(例えば回路ケース)を考慮し3本目を加えた場合の回路図。通常は電気信号を担う電荷は環境とも相互作用しているので、我々の研究では一次元伝送線路の電磁ノイズを考える場合、この回路図を用いている。

2.4 コモンモードの定式化

電気回路内のノイズを考える場合、ノーマルモードとコモンモードを用いて議論する場合が多い。ノーマルモードやコモンモードは定性的に議論される場合が多く、明確な定式化による議論は多くない。ここではまず、本研究で取り扱うノーマルモードとコモンモードの考え方を、一次元伝送線路を用いて説明する。伝送線路において通常扱われる信号は、ノーマルモード(もしくはディファレンシャルモード)電圧 \$V_n\$ と電流 \$I_n\$ であり、それぞれ導体間の電位差と導体間に同じ大きさで逆向きに流れる電流を表している(図 1(b))。\$V_n\$ は基準である導体と信号線との間の電圧であり、\$I_n\$ は信号線と基準導体に同じ大きさで逆向きに流れる電流である。ノーマル

モードは理想導体とみなされている基準から見た相対的な物理量であり、基準導体では物理的な変化は起こっていないとみなされている。

電気回路内の信号は差の物理量であるノーマルモードが用いられているが、図 2 に示すように回路内と同じ向きに流れる和の物理量も存在し、それはコモンモードもしくはサムモードとも呼ばれる。コモンモードの存在は Jones と Bolljahn によってマイクロ波の電信に用いられる差動伝送線路内で確認された[2]。当時はコモンモードの伝搬特性がノーマルモードと異なるという考察のみで、電磁ノイズに対する影響は認識されていなかった。コモンモードが電磁ノイズの原因となることが認識され始めたのは、Paul と Bush が、回路内を伝搬するコモンモード電流が回路からの不要な外部放射の主な原因になることを理論的に証明したことから始まる[3]。さらに、Bockelman と Eisenstadt が、コモンモードがノーマルモードに変換され電磁ノイズの原因となることを実験的に明らかにし、コモンモードとノーマルモードを定式化している[4]。我々の手法では、上述したとおり、解析を簡単にするために図 2 の基準導体を 1 本の伝送線路(信号線 3)とみなし、一次元多導体線路の問題としてとらえている。さらに信号線 3 を「基準」(つまり電位がゼロ)として考えるのではなく、3 つの伝送線路が電位(\$U_1\$ および \$U_2\$、\$U_3\$)および電流(\$I_1\$ および \$I_2\$、\$I_3\$)をもつ伝送線路とする。ここで基準は電磁気学に従って無限遠とする。このような 3 本線の構造でノーマルモードおよびコモンモードの電圧(\$V_n\$ および \$V_c\$)および電流(\$I_n\$ および \$I_c\$)をそれぞれ以下の式で定式化する。

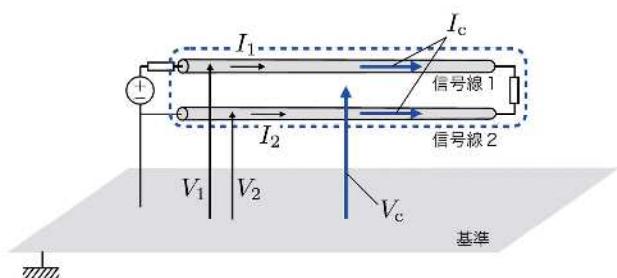


図 2 一般的なコモンモードの扱い。コモンモード電圧 \$V_c\$ は、基準導体から見た 2 本線で表された回路の電圧であり、コモンモード電流 \$I_c\$ は、2 本線で表された回路に同じ向きに流れる電流の和で表される。

$$V_n = U_1(x, t) - U_2(x, t) \quad (5)$$

$$I_n = \frac{1}{2} (I_1(x, t) - I_2(x, t)) \quad (6)$$

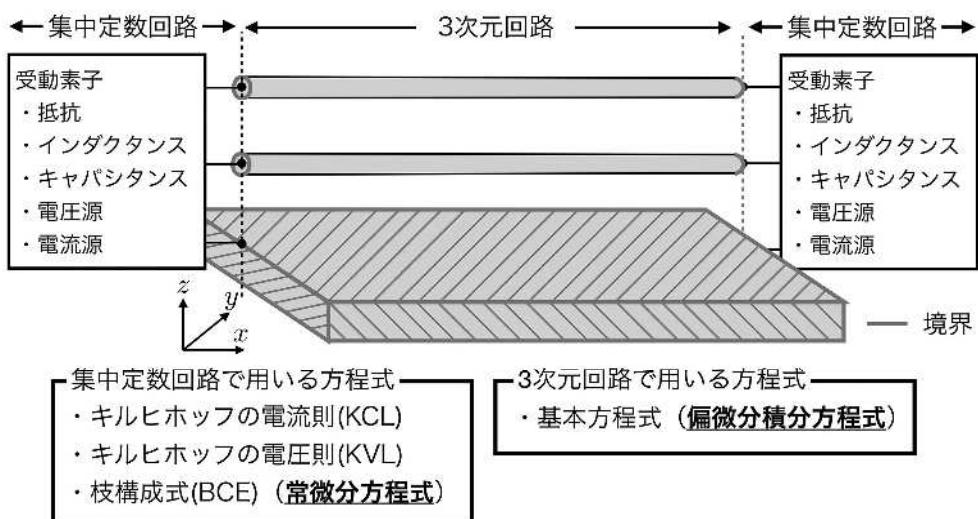
$$V_c(x, t) = \frac{1}{2} (U_1(x, t) + U_2(x, t)) - U_3(x, t) \quad (7)$$

$$I_c(x, t) = \frac{1}{2} (I_1(x, t) + I_2(x, t) - I_3(x, t)) \quad (8)$$

これまで無限大の大きさを持つ理想グランドとして用いられていた基準導体の幾何学的構造を考慮することができるようになる。こうすることで、変数が1つ増えることになるが、実際に境界条件を考えるときには、むしろスッキリとした形で理論構築を行えることができる。事実、これまでには、Heavisideが導出した電信方程式を用いたコモンモード解析が行われていたが、コモンモードの経路である基準導体は理想導体であるため、その幾何学的構造を考慮することができなかった。このようにノーマルモードとコモンモードを定式化したが、我々の定義ではコモンモード電圧 V_c と電流 I_c は信号であり、コモンモード信号がノーマルモードに変換されたときにコモンモードノイズとして観測できるとみなしている。つまり、コモンモードノイズが生じないようにするためにには、コモンモード信号をゼロにするだけでなく、コモンモードからノーマルモードに移らない条件を見出すことが重要となる。

2.5 集中定数回路と金属導体（伝送線路）の接続

電磁ノイズ発生メカニズムに関する理論および数値計算、実験に関する研究を進める際に特に重要なポイントは、分布定数回路である導体部分と集中定数回路との接続（境界）をどのように取り扱うかというところにある。特に、電磁ノイズが電磁場放射という形で記述するためには、時間領域での解析が重要である。分布定数回路は偏微分方程式（アンテナ効果を含む電磁場放射が入るとこれに積分項が加わる）で記述され、集中定数回路は常微分方程式で記述されるので、接続部分での取り扱いは少し複雑になる（図3）。例えば、大学の伝送工学で学ぶように、単純に抵抗が1つだけ接続されている場合は、伝送線路の特性インピーダンスとの比を用いて境界条件を作ることができるが、コイルを1つつなげただけでも境界条件の設定は面倒になる。この境界条件における課題を解決するために、これまでに分布定数回路の部分を集中定数回路として取り扱う方法がこれまで存在していたが、我々のグループでは、電磁ノイズ発生メカニズムを追求するには、分布定数および集中定数それぞれに従う微分方程式で解くべきであると考え、伝送線路に任意の集中定数回路を接続できる手法を開発した[5, 6]。具体的には、集中定数回路から導体を見たときに、導体を集中定数回路の素子とみなし接続行列 \mathbf{A} をつくる、導体のもつ特性インピーダンスを集中定数回路のイ



ンピーダンス \mathbf{Z} と同様に取り扱う、接続部分のボテンシャルおよび電流を集中定数回路の電位と電流とまとめてベクトル (\mathbf{U} および \mathbf{I}) にまとめることでできる連立方程式を解く。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^T & -\mathbf{Z} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ -\mathbf{A}_J \mathbf{J} \end{pmatrix} \quad (9)$$

ここで、 \mathbf{E} と \mathbf{J} は集中定数回路内の独立電源と独立電流（のベクトル）である。この方法を応用することで、トランジスタやダイオードを接続することも可能である。

この方法では、回路理論で用いる接続行列を利用することで、伝送線路との接続を可能にし、数値計算への拡張も可能である。1次元伝送線路だけでなく、任意の2および3次元導体に接続された集中定数回路にも適用可能である [7]。

2.6 信号伝播の遅延による回路系への効果

一次元の伝送線路の問題を解く場合、信号の伝搬方向（つまり伝送線路の方向）では、信号が有限の速度を持ちながら伝搬する。一方、2本の伝送路の間にはたらく相互作用にかかる時間はゼロとして近似している。つまり伝送線路の長さが十分長いことを前提とした近似をしている。伝送線路間の相互作用を厳密に考慮した数値計算を行うには、信号の遅延を考慮する必要がある。そのためには式(1)~(4)を近似することなく解く必要があり、我々はこれこそが電磁ノイズ問題の本質であると考えている。信号遅延の先行研究としては、伝送線路や導体を集中定数回路素子の集まりとして解く部分要素等価回路法 (Partial Element Equivalent Circuit Method; PEEC 法) 法を利用したものがある。ただ、この方法では数値計算が発散してしまうという問題がある。我々は信号遅延も考慮した（発散しない）数値

計算のアルゴリズムを開発し、実証を行っている。

3 一次元伝送線路における電磁ノイズ発生メカニズムの理論

電磁ノイズ発生のメカニズムは複雑であるため、数値計算による検証が有効である。解析的に（つまり紙とペンを用いて）、具体的な電気回路内に発生する電磁ノイズ発生を導くことは難しい。電気回路内部の電磁ノイズの発生メカニズムは、従来から言われている伝送線における信号（外乱も含む）の干渉以外に、集中定数回路の接続部分における状態によっても生じることがわかつてき。これは非常に複雑な現象であり直感的に捉えることは難しい。一方、我々の理論では、ノーマルモード / コモンモードの表記を用いることで、一次元多導体伝送線路において電磁ノイズの発生を解析的に導き出すことが可能であるため、ここではそれを紹介する。

3.1 伝送線路におけるノーマルモード信号とコモンモード信号の変換

上述した V_n および V_c , I_n , I_c を3本線の多導体電信方程式に適用すると、伝送線路間におけるノーマルモードとコモンモードの間での信号の結合がわかる（式(10)～(13)）。ここで、 P_{nn} や P_{nc} , L_{cn} などはそれぞれの伝送線路間の電位係数や誘導係数から求められる定数である [1]。ここで重要なポイントは、 P_{nc} や P_{cn} , L_{nc} , L_{cn} がゼロでなければ、信号の伝播においてノーマルモードとコモンモード間で信号の変化が生じてしまい、それがノーマルモードにコモンモードノイズとして現れてしまう。電位係数や誘導係数は伝送線路の構造や位置に依存するので P_{nc} や P_{cn} , L_{nc} , L_{cn} がゼロになるような配置を考えることができれば、伝送線路におけるコモンモードノイズの発生が抑えられる。

$$\frac{\partial V_n(x, t)}{\partial t} = -P_{nn}(x) \frac{\partial I_n(x, t)}{\partial x} - P_{nc}(x) \frac{\partial I_c(x, t)}{\partial x} \quad (10)$$

$$\frac{\partial V_c(x, t)}{\partial t} = -P_{cn}(x) \frac{\partial I_n(x, t)}{\partial x} - P_{cc}(x) \frac{\partial I_c(x, t)}{\partial x} \quad (11)$$

$$\frac{\partial V_n(x, t)}{\partial x} = -L_{nn}(x) \frac{\partial I_n(x, t)}{\partial t} - L_{nc}(x) \frac{\partial I_c(x, t)}{\partial t} \quad (12)$$

$$\frac{\partial V_c(x, t)}{\partial x} = -L_{cn}(x) \frac{\partial I_n(x, t)}{\partial t} - L_{cc}(x) \frac{\partial I_c(x, t)}{\partial t} \quad (13)$$

3.2 集中定数回路との境界におけるコモンモードノイズの発生

上述した伝送線路間の干渉によるコモンモードとノーマルモードの結合は伝送線路間の相互作用であると考えることができる。実は、伝送線路間の干渉以外にも、コモンモードからノーマルモードへの変換は、集中定数回路と導体の境界部分でも発生する[8]。つまり、どのような素子がどのような形状や配置の伝送線路や導体に接続されているかで、コモンモードノイズ発生が決まる。これは直感的には当然のように思えるが、境界におけるコモンモード発生を解析的に求めるのは難しい。そこで、簡単なケースとして、3本線の1次元伝送線路において、それぞれの伝送線路に抵抗がつながっているような回路を考える(図4)。ここでは、全ての接続関係を考慮するため、3本線回路の境界の全てのノードが電圧源と抵抗で接続されている。伝送線路の未接続を考慮する場合は、電圧源の電圧値をゼロとし、抵抗を ∞ とする。また、一般的な電信方程式のように電磁場の放射はない(つまり時間に依存するのは信号の伝搬方向のみ)という近似をしている。この場合、電信方程式(偏微分方程式)は上式(10)から(13)のようになるが、ここで工学部電気系の学部生が学ぶ伝送線路と同じように両端における反射係数を考えることができる。式(5)および式(8)式のようにノーマルモード・コモンモード表記であっても、反射係数 Γ (ただし行列になる)を定義することができ、その表記は学部生が学ぶ伝送線路理論と同じ形式として表現できる。

$$\Gamma = \frac{\mathbf{R} - \mathbf{Z}}{\mathbf{R} + \mathbf{Z}} \quad (14)$$

ただし、 \mathbf{R} と \mathbf{Z} は行列となり、行列要素はそれぞれ伝送線路に接続している抵抗と伝送線路の電位係数・誘導係数に依存する。 Γ の非対角要素がゼロでない場合にノーマルモードとコモンモードのカップリングが生じ、コモンモードノイズが生じる。これは、単純に伝送線路の特性インピーダンスと負荷のインピーダンスを一致するだけでは電磁ノイズの発生を抑えられるわけではないことを意味している。つまり伝送線路内での電磁ノイズの発生を抑えるには Γ の非対角要素がゼロになるような回路構成を、集中定数と伝送線路の双方から検討することが重要

となる。非対角要素をゼロにする条件の一つとしては、伝送線路を対称に配置し、(インピーダンスを整合させながら)集中定数回路を決定すればよいことがわかっている。

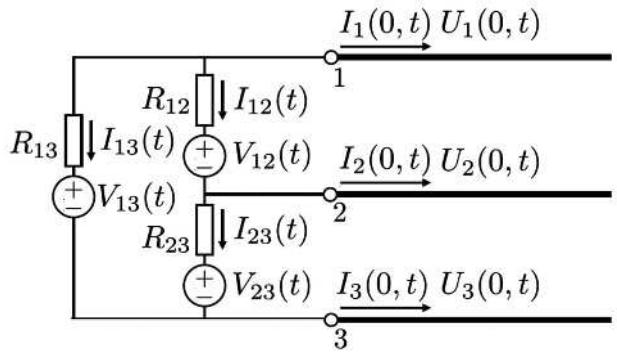


図4 集中定数回路と3本線伝送線路の境界におけるノーマルモードとコモンモードを計算するためのモデル。全ての接続関係を考慮して一般化するため、3本線回路の境界の全てのノードが電圧源と抵抗で接続している。もし、伝送線路の未接続を考慮する場合は、電圧源の電圧値をゼロとし抵抗を ∞ とすればよい。

4 平面回路における電磁ノイズの数値計算

すでに述べたとおり、集中定数回路と金属導体(伝送線路)における境界値問題を解決し、時間領域で電磁ノイズ発生の数値計算を行える。例えば、一次元伝送線路における電磁ノイズ発生と熱の関係を数値計算で明らかにしている[9]。我々の計算手法は、任意の形状の2および3次元導体に、任意の集中定数回路を接続する場合にも適用できる。この場合、導体を有限の微小サイズに分割し、それぞれの方向で数値計算を行えばよいのだが、サイズを小さくしすぎると計算コストがかかる。そこで、集中定数回路が接続されていない部分での計算を省略できる手法を解析的に導き出した[10]。これまで、集中定数回路と導体が接続されている状態を時間領域で計算する方法として、部分要素等価回路法(Partial Element Equivalent Circuit Method; PEEC法)がある。PEEC法と我々の方法との違いは、電位係数の計算方法が異なることと、PEEC法は導体部分を集中定数の等価回路に変換しているところにある(我々は直接偏微分方程式を解いている)。

計算方法の一例として、図5に示すような2次元平面回路を考える。この回路に矩形波電圧を印加し、反射してくる電圧を計算した。同時にPEEC法による計算と時間領域反射率測定法(Time

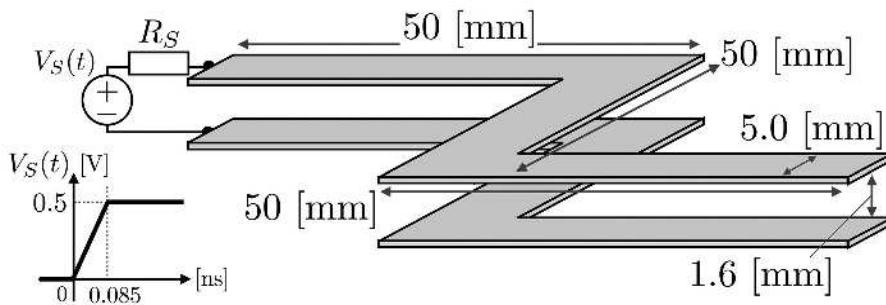


図5 実験と数値計算で用いた回路の形状。幅5mmの平面回路を用い、回路形状を変化させるために50mmごとに直角に曲げた屈曲を設けた。平面回路は同じ形状の平面導体で構成され、それぞれ1.6mmだけ離れている。数値計算では、電源側に内部抵抗 $R_S = 50\Omega$ の電圧源 $V_S(t)$ が接続され、立ち上がり時間0.085ns、振幅0.5Vのステップ電圧を入力した。

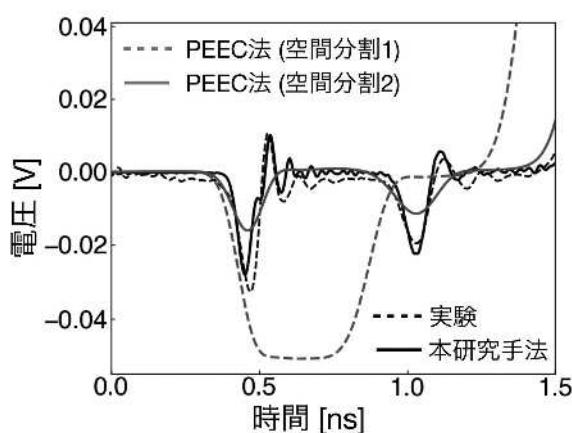


図6 図5での数値計算および実験結果。回路に矩形波電圧を印加し反射してくる電圧を求めた。
我々の手法とPEEC法による計算(2種類)と時間領域反射率測定法(Time Domain Reflectometry)による実験との比較を示す。

Domain Reflectometry)による実験も行い、それとの比較を行った。図6に計算と実験を行った結果を示す。TDR実験におけるピークは回路の屈曲部で生じた反射によるものである。我々の手法による計算がPEEC法に比べて実験をよく再現していることがわかる。

図7(a)は、図6の $t = 0.5\text{ ns}$ 付近を拡大したものである。左図の屈曲部の2つの点線部分による反射が $t = 0.5\text{ ns}$ のピークに相当している。回路内ではこれらのピークが電磁ノイズとなるが、我々の手法ではそれを低減する回路構成をシミュレーションによって予測できる。この場合は、図7(b)に示すように、図外側を直角ではなく円弧上にすることでピークノイズを大幅に低減することができている。

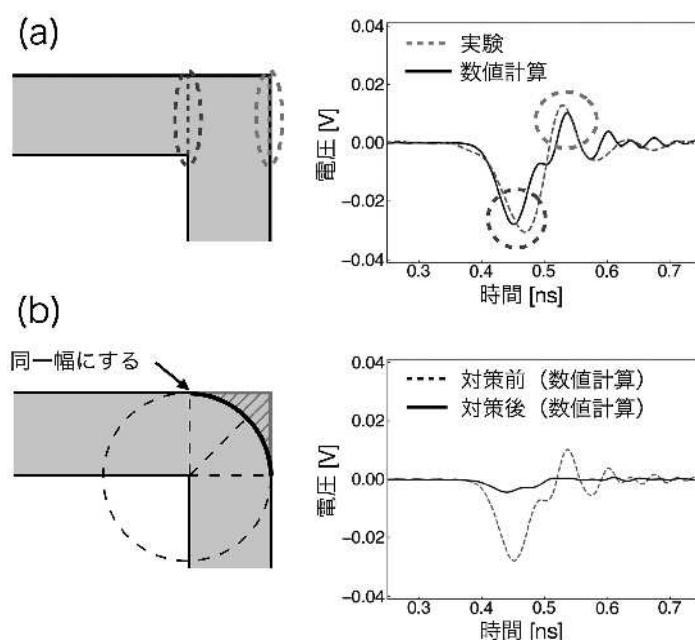


図7 (a) 図5の回路における屈曲部の拡大図とその部分からの影響との関係を示したもの。(b) 屈曲部分の反射ノイズを低減するために屈曲部で同一幅になるように角を削り対策を施した構造と数値計算結果。

5 まとめ

電磁ノイズ研究に関する我々のアプローチを紹介した。マクスウェルの方程式と回路理論から逸脱することなく、どのようにして電磁ノイズ現象を説明できるのかが我々の学問的立場である。これまで、現象を記述するために存在し得ないパラメタ（放射抵抗や電流パラメタ）などが常套手段として「当たり前のように」利用されている。そのような対症療法的・経験的なアプローチでは電磁ノイズを根本的に解決することはできないと考えている。我々のグループでは、電磁場の放射（アンテナ現象）の効果も含めた理論や計算手法の構築もほぼできあがっており、詳細な電磁ノイズ解析が可能になると期待している。さらに、電磁ノイズだけでなく、様々な電気信号を取り扱うための計算手法として発展させていきたい。

謝辞

本研究は、土岐博氏、神野崇馬氏、木虎秀二氏との共同研究である。本研究の成果の一部は大阪大学産学共創機構のサポートによる。

参考文献

- [1] Hiroshi Toki and Kenji Sato. Multiconductor transmission-line theory with electromagnetic radiation. *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 81, No. 1, p. 014201, 2012.
- [2] E. M. T. Jones. Coupled-strip-transmission-line filters and directional couplers. *IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 4, No. 2, pp. 75–81, 1956.
- [3] C. R. Paul and D. R. Bush. Radiated emissions from common-mode currents. In *1987 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp. 1–7, 1987.
- [4] D. E. Bockelman and W. R. Eisenstadt. Combined differential and common-mode scattering parameters: theory and simulation. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 43, No. 7, pp. 1530–1539, 1995.
- [5] Hiroshi Toki and Masayuki Abe. Multiconductor transmission-line theory that includes an antenna process with a lumped-parameter circuit. *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 85, No. 3, p. 034801, 2016.
- [6] Hiroshi Toki and Masayuki Abe. Theoretical study of lumped parameter circuits and multiconductor transmission lines for time-domain analysis of electromagnetic noise. *Scientific Reports*, Vol. 9, p. 118, 2019.
- [7] Jinno Souma, Shuji Kitora, Hiroshi Toki, and Masayuki Abe. Time-domain formulation of a multi-layer plane circuit coupled with lumped-parameter circuits using maxwell equations. *Scientific Reports*, Vol. 9, p. 17891, 2019.
- [8] Jinno Souma, Shuji Kitora, Hiroshi Toki, and Masayuki Abe. Mechanism of common-mode noise generation in multi-conductor transmission lines. *Scientific Reports*, Vol. 9, p. 15036, 2019.
- [9] Souma Jinno, Hiroshi Toki, and Masayuki Abe. Mechanism of common-mode noise and heat generation in an electric circuit with grounding using multiconductor transmission-line theory. *Chinese Journal of Physics*, Vol. 55, No. 3, pp. 904–915, 2017.
- [10] A. E. Ruehli. Equivalent circuit models for three-dimensional multiconductor systems. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 22, No. 3, pp. 216–221, 1974.