

コンピュータで探る素粒子の世界



研究ノート

深谷 英 則*

Study of particle physics with computers

Key Words : Lattice gauge theory, QCD

はじめに

私の専門は素粒子論です。素粒子とは物質を構成する最小単位のことであり、現在のところ、陽子や中性子の構成するクォーク、電子などのレプトン、光子など力を媒介するゲージ粒子と、物質の質量の起源となるヒッグス粒子の4種の素粒子が知られています。

素粒子を記述する基礎理論は場の量子論とよばれる理論です。電場や磁場は高校物理でも扱う基本的な物理量ですが、ミクロの世界ではそれが量子化されています。量子化とはエネルギーなどの物理量が飛び飛びの値しかとれないという性質で、電磁場の量子化はその最小単位が光子という粒子であることを導きます。つまり、電磁場は光子が無数に集まったものなのです。

おもしろいことに、場の量子論では、電子など既に粒子として知られている物質を構成する要素も場として扱い、それが量子化されていると考えます。通常の粒子病像と違うところは、波の性質を持つ場の量子化の結果として出てくる粒子は、同じ状態では互いに区別ができないこと、粒子は何もないところから対生成されたり逆に対消滅したり増減できる性質を備えている点です。

場の量子論で記述される現在の素粒子標準模型は、種々の実験で精密に検証されています。その精度は

物理量によっては10桁に至ります。これを長さの精度で例えるならば、地球一周に対して髪の毛の太さの違いがわかるという驚異的な精度です。

このように圧倒的な精度で正しさが検証されている素粒子標準模型ですが、以下のような課題もまた知られています。宇宙に存在するはずの暗黒物質を説明できない、量子化された重力理論の定式化の方法がわからない、なぜ電子と陽子の電荷の絶対値は等しいのか説明できないなどです。これらを説明するための素粒子標準模型を超える理論の構築が、私たち素粒子論物理学者の大きな課題の一つです。

もう一つの課題は、素粒子標準模型のうち強い相互作用についてです。クォークとグルーオンの間に働く強い相互作用は量子色力学と呼ばれる基礎理論で記述されています。この理論自体は非常によく理解されていますが、それを用いた物理量の計算はとても困難であることが知られています。わかっているからといって解けるとは限らないのです。この理由はその名が表すとおり、相互作用が強いことに起因します。

私の研究課題である格子ゲージ理論はこの強い相互作用を解くためのツールの一つです。私は特にコンピュータによる数値計算の手法を用いて、カイラル対称性の(自発的)破れのメカニズムなどについて研究を進めてきました。本稿では格子ゲージ理論による量子色力学の理解と私の研究の一部について説明したいと思います。

強い相互作用と量子色力学(QCD)

読者のみなさんは、物質が原子からできていることはご存知と思います。その原子は中心にプラスの電荷を持つ原子核があり、そのまわりを電子が回っています。原子核がプラスの電荷を持つのはそれがいくつかの陽子からなるからです。ここまでは高校



* Hidenori FUKAYA

1978年5月生まれ
京都大学大学院 理学研究科物理学宇宙物理学専攻博士後期課程(2006年)
現在、大阪大学大学院 理学研究科物理学専攻 助教 博士(理学)
専門/素粒子論
TEL : 06-6850-5729
E-mail : hfukaya@het.phys.osaka-u.ac.jp

の物理でも習う内容です。さて、陽子はプラスの電荷を持ちお互いに反発するはずなのに、なぜバラバラになってしまわないのでしょうか？答えは簡単で、プラスの電荷に働く電磁気力よりもずっと強い力で引き合っているからです。これが強い相互作用です。

電磁気力を媒介する粒子は光子ですが、強い相互作用を伝える粒子は何でしょうか？これに答えを与えたのが湯川秀樹博士です。強い相互作用はとても強いですが、遠く離れた原子核同士は引き合いません。これは媒介粒子が重くて届かないことを示唆しています。湯川博士はこの性質に注目し、強い相互作用の媒介粒子の質量エネルギーを 200MeV 程度と推定しました。これは現在、140MeV 程度の質量を持つパイ中間子として実験で存在が確認されている粒子です。

さらにその後の研究の進展でパイ中間子も素粒子ではなく複合粒子であることがわかってきました。パイ中間子と性質の異なる中間子や、陽子や中性子に似たバリオン粒子が加速器実験でたくさん見つかったからです。1970 年代前半までにこれらの中間子やバリオン（まとめてハドロンと呼びます）がクォークからなる複合粒子であり、クォーク同士に働く力がグルーオンとよばれる粒子であるとする量子色力学が確立されました。

量子色力学は私たちに身近な（量子）電磁気学と驚くほどよく似ています。電子は Schrodinger 方程式の相対論版である Dirac 方程式で記述されますが、クォークも Dirac 方程式に従います。違いはクォークが 3 種類の電荷をもつことです。この電荷の違いをカラー（色）と呼び、量子色力学の名前の由来となっています。

グルーオンは光子の従う Maxwell 方程式にそっくりな Yang-Mills 方程式という式に従います。Maxwell 方程式と異なる点はグルーオンは中性ではなく異なる組み合わせ 8 種のカラー電荷を持っているという点です。

クォークの種類の数（フレーバー）には理論的な制約はありませんが、現在のところ up, down, strange, charm, bottom, top の 6 種類のクォークが存在することが確認されています。この 6 種のクォークとグルーオンが相互作用する理論が量子色力学なのです。

量子色力学の英名は Quantum Chromo Dynamics、

略して QCD と呼びます。研究者の間では QCD の呼び名が広く使われていますので以下では QCD と記述させていただきます。

QCD の難しさ

QCD は電磁気学ととてもよく似た理論であるという話をしましたが、計算のしやすさという観点では大きな違いがあります。それを示すために、まず量子電磁気学の計算方法を説明します。電磁気学は電子が従う Dirac 方程式と光子の従う Maxwell 方程式で構成されると説明しましたが、これらの方程式が最小値で満たされる Lagrangian とよばれる物理量があります。方程式の親と言ってもいいかもしれません。量子電磁気学では光子や電子がただ方程式に従うのではなく、確率論的に方程式に従わない運動も許し、その確率を Lagrangian が与えると考えたものです。量子力学ではありとあらゆる運動が許され、ただし、その重ね合わせが実際の物理量の期待値を与えます。これを経路積分方式による量子化と呼びます。

この経路積分で記述された量子電磁気学は、系の対称性がみやすいこと、確率論的に物理量の期待値を計算するという手続きが統計力学にそっくりなこと、そして相互作用項を摂動として展開することで理論計算がやりやすいこと、が特徴です。特に相互作用項の係数は電子一つの電荷の 2 乗をプランク定数で割った微細構造定数で与えられ、その値が 1/137 程度と小さいことから、精密な理論計算を実行できます。冒頭で紹介した 10 桁の精度の計算はこの量子電磁気学による電子の異常磁気能率の研究で達成されたものです。

一方、強い相互作用の基礎理論である QCD はその名の通り相互作用が強く、その係数は 1 程度です。これでは摂動として扱ってもその精度はとても悪くなり信用できません。さらに QCD にはクォーク間の距離が離れれば離れるほど強くなるという量子電磁気学とは逆の性質があり、1fm 以上では実質無限大の強さとなってしまいます。これがクォークが単体では存在せず、中間子やバリオンを形成する理由となっています。

このように QCD は量子電磁気学とそっくりな理論にもかかわらず、相互作用が強いことから理論計算が難しい理論なのです。

格子 QCD

私の専門である格子ゲージ理論は、時空を格子状に離散化してその頂点や辺に場を代表させる場の量子論の定式化の一つです。離散化された格子の端を反対の端につなぐ(周期境界条件を与えるといいます)ことで、場の自由度が有限になるので、コンピュータで扱うことが可能になります。これにより、相互作用を摂動として扱うことなく、そのまま経路積分を数値計算することが可能になります。経路積分は場の値を変数とする多重積分ですが、モンテカルロ法という経路積分を効率的にシミュレートする方法が知られており、これを使います。QCD を格子上に定式化したもの、さらにその数値シミュレーションを格子 QCD と呼びます。

4次元の時空の理論である QCD の場の自由度は膨大です。一辺がたった 20 の格子でもその格子点の数はその 4 乗=160000 になります。カラーやクォークの持つスピン、ゲージ場のもつ極性などの自由度もあるので経路積分の積分変数の数は簡単に 100 万を超えます。そのため、家庭用のパソコンでは計算量が足りず、大規模なスーパーコンピュータによる数値計算が必要です。

格子 QCD はあくまで連続的に分布する場の理論の近似として考えるため、その結果について誤差を推定することがとても重要です。Yang-Mills 方程式、Dirac 方程式は微分方程式ですが、格子 QCD ではそれらを格子点間の差分の方程式として近似します。そのため、格子間隔程度の誤差が結果に生じます。このため、数値計算は異なる複数の格子間隔で行い、それをゼロにする極限を外挿して物理量とその誤差を推定します。この誤差を格子間隔誤差といいます。

また、格子 QCD で扱える体積は一辺が 1- 数 fm (1 fm は 10^{-15} m) というとても微小なサイズです。そのため複数の体積でシミュレーションを行い、体積が十分大きな系における値に外挿して物理量とその誤差を推定します。この誤差を有限体積誤差といいます。QCD は短距離力のため私たちの日常的なサイズまで系を大きくする必要はありませんが、強い相互作用を担う一番軽いパイ中間子が伝播しない程度には大きくとる必要があります。

格子 QCD はクォーク質量が重ければ計算時間が速く、軽ければ計算コストがかかるという特徴があります。実際のクォーク質量で数値計算できない場

合はこの差による物理量の変化も誤差の原因になります。

これらの誤差を慎重に見積もりながらスパコンで大規模計算をする研究、それが格子 QCD です。

カイラル対称性を保つ格子シミュレーション

私の研究課題の一つは、クォーク場の持つカイラル対称性です。カイラル対称性とは、クォークの持つスピン(自転のようなもの)に関する対称性で、進行方向に右巻きのスピンを持つ成分と、左巻きの成分を別々の粒子として扱っても理論が不変に保たれるという対称性です。時空を離散化する格子 QCD の誤差の一つとして、このカイラル対称性が損なわれてしまうという問題が知られています。このため、従来のシミュレーションはカイラル対称性を損なう手法でなされてきました。

実は 1998 年に、連続理論とは異なる形で格子ゲージ理論にカイラル対称性を実現するオーバーラップ Dirac 演算子という差分演算子が見出され、この問題は理論的に解決していました。しかし、その代償として高い計算コストが要求されるため、数値シミュレーションへの応用は進んでいませんでした。

私が参加している JLQCD 共同研究では、世界で初めて、カイラル対称性を実現する演算子を用いて大規模数値計算の実行に成功しました。その結果、第一原理的にカイラル対称性の自発的破れを検証することに成功(図 1、参考文献 1)、さらに無関係と思われていたクォークの持つもう一つの軸性 U(1) 対称性の破れがカイラル対称性の自発的破れの温度変化と密接に関係していることなどをつきとめました(図 2、参考文献 2)。

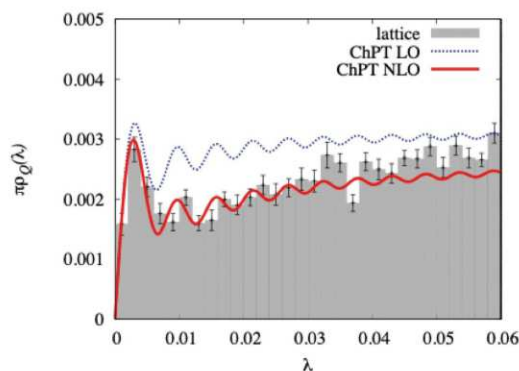


図 1. Dirac 演算子の固有値分布が低エネルギー領域に堆積することでカイラル対称性の自発的破れが起こる。数値シミュレーションで固有値の堆積を確認。

今後も対称性をできるかぎり尊重する手法で研究を進め、おもしろい結果をお届けできるようがんばります。

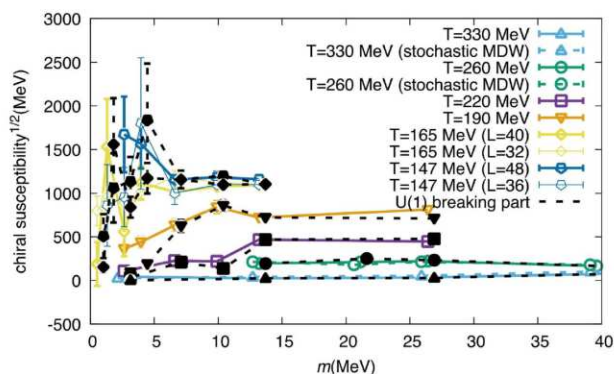


図2. 高温状態のQCDにおけるカイラル感受率（カイラル対称性の自発的破れの度合いのゆらぎ）を横軸をクォーク質量でプロットしたもの。色のついた様々な温度における結果に対し、黒で示した軸性U(1)対称性の破れが強く寄与していることを示す。

参考文献

- 1) “Stochastic calculation of the Dirac spectrum on the lattice and a determination of chiral condensate in 2+1-flavor QCD,” Guido Cossu(Edinburgh U.), Hidenori Fukaya (Osaka U.), Shoji Hashimoto(KEK, Tsukuba and Sokendai, Tsukuba), Takashi Kaneko(KEK, Tsukuba and Sokendai, Tsukuba), Jun-Ichi Noaki(KEK, Tsukuba), PTEP 2016 (2016) 9, 093B06
- 2) “What is chiral susceptibility probing?,” Sinya Aoki(Kyoto U., Yukawa Inst., Kyoto and Nishina Ctr., RIKEN), Yasumichi Aoki (Unlisted, JP), Hidenori Fukaya(Osaka U.), Shoji Hashimoto(KEK, Tsukuba and Sokendai, Tsukuba), Christian Rohrhofer(Osaka U.), Kei Suzuki(JAERI, Tokai), PoS LATTICE 2021 (2022) 050